

# Formigó armat i pretensat

EXERCICIS CURTS DE BASES DE CÀLCUL I ESTATS LÍMIT  
ADAPTAT A LA INSTRUCCIÓ EHE-08

Antonio R. Marí Bernat

Climent Molins Borrell

Jesús M. Bairán García

Eva M. Oller Ibars



# Formigó armat i pretensat

EXERCICIS CURTS DE BASES DE CÀLCUL I ESTATS LÍMIT  
ADAPTAT A LA INSTRUCCIÓ EHE-08

Antonio R. Marí Bernat  
Climent Molins Borrell  
Jesús M. Bairán García  
Eva M. Oller Ibars

Primera edició: setembre de 2006  
Segona edició: desembre de 2009

Aquest llibre s'ha publicat amb la col·laboració  
de la Generalitat de Catalunya

En col·laboració amb el Servei de Llengües i Terminologia de la UPC

Disseny de la coberta: Ernest Castelltort

© els autors, 2006

© Edicions UPC, 2006  
Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL  
Jordi Girona Salgado 1-3, Despatx S207, 08034 Barcelona  
Tel.: 934 137 540 Fax: 934 137 541  
Edicions Virtuals: [www.edicionsupc.es](http://www.edicionsupc.es)  
E-mail: [edicions-upc@upc.edu](mailto:edicions-upc@upc.edu)

Producció: LIGHTNING SOURCE

Dipòsit legal: B-47.972-2009  
ISBN: 978-84-9880-390-7

Qualsevol forma de reproducció, distribució, comunicació pública o transformació d'aquesta obra només es pot fer amb l'autorització dels seus titulars, llevat de l'excepció prevista a la llei. Si necessiteu fotocopiar o escanejar algun fragment d'aquesta obra, us he d'adreçar al Centre Espanyol de Drets Reprogràfics (CEDRO), <<http://www.cedro.org>>.

## Presentació

Aquest llibre que teniu entre mans és fruit del treball del professorat de l'Àrea d'Estructures de Formigó de l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports de Barcelona (ETSECCPB). D'alguna manera, aquest llibre vol completar el material docent i de consulta ja existent, format pels llibres editats a la sèrie Politext d'Edicions UPC: *Hormigón armado y pretensado* (I i II) i *Hormigón armado y pretensado. Ejercicios*. Els primers constitueixen un autèntic tractat sobre la matèria mentre que el segon presenta una sèrie d'exercicis llargs completament desenvolupats.

*Formigó armat i pretensat. Exercicis curts de bases de càlcul i estats límit últims i de servei* s'ha concebut bàsicament com a material d'autoaprenentatge per als estudiants d'estructures de formigó d'escoles d'enginyeria de camins, d'obres públiques i d'altres ensenyaments tècnics on es tracten els temes de construcció. Seguint la tradició de l'ETSECCPB, el llibre tracta conjuntament les estructures de formigó armat i les de formigó pretensat. L'objectiu principal d'aquest treball és permetre que l'estudiant autònomament pugui consolidar els coneixements a base d'aplicar-los en diversos casos molt concrets, sovint extrets del context professional. Per aconseguir-ho, es va elaborar aquesta extensa col·lecció d'exercicis, que es poden resoldre sempre en menys de trenta minuts, i es van posar en línia a disposició dels estudiants en l'anomenada *eina d'autoaprenentatge del formigó estructural*, que ha estat disponible al Campus Digital de la UPC durant els cursos 2004-2005 i 2005-2006. Aquest llibre posa a la disposició dels interessats en la matèria pràcticament 150 exercicis, que comprenen molts aspectes de l'aplicació pràctica dels temes tractats (bases de càlcul i estats límit), especialment si tenim en compte que en el llibre *Hormigón armado y pretensado. Ejercicios* els temes tractats són objecte de 35 exercicis. D'altra banda, i amb vista a facilitar el treball de l'estudiant, s'han inclòs en un annex les taules de la Instrucció EHE necessàries per a la resolució dels exercicis i els diagrames d'interacció que s'utilitzen en el capítol d'esgotament de seccions sotmeses a tensions normals.

Esperem, doncs, que aquest llibre ajudi els estudiants en el seu aprenentatge de les estructures de formigó i els permeti conèixer millor com projectar aquestes estructures, especialment en els aspectes de dimensionament i comprovació dels estats límit. Cal dir que esperem poder completar aquest treball amb els temes referents a elements estructurals i al mètode de bieles i tirants.

Finalment, els autors reconeixem que les ajudes per a l'elaboració de material docent i innovació educativa de l'ETSECCPB, de la UPC i de Millora de la Qualitat Docent (MQD) del Departament d'Educació i Universitats de la Generalitat de Catalunya, i les col·laboracions de Marta de la Torre, Caterina Ramos, Roser Valls, Mònica Martínez, Juan Carlos Rosa i Pedro Aguilera, han estat imprescindibles per fer possible aquest llibre. També volem agrair l'encoratjament que hem rebut dels propis estudiants i, per què no dir-ho, la feina de detecció d'errades que han fet durant els dos cursos en què l'"eina d'autoaprenentatge" ha estat al seu abast. A ells, doncs, dediquem aquest llibre.

## Índex

1	Bases de càlcul.....	11
2	Anàlisi estructural.....	25
3	Materials per al projecte .....	61
4	Durabilitat.....	79
5	Estat límit d'esgotament sota sol·licitacions normals .....	87
6	Estat límit d'inestabilitat.....	143
7	Estat límit d'esgotament a tallant i estat límit de punxonament .....	157
8	Estat límit d'esgotament per torsió a elements lineals.....	183
9	Estat límit de fissuració.....	195
10	Estat límit de deformació.....	211
11	Ancoratge i connexió d'armadures .....	227
	Annex de taules .....	237
	Bibliografia.....	251

## 1. Bases de càlcul

### Exercici BC-01

Amb relació al mètode dels estats límit, indiqueu la resposta falsa:

#### Respostes possibles:

- a) L'estat límit de fissuració és un estat límit de servei.
- b) L'estat límit d'equilibri és un estat límit últim.
- c) L'estat límit de vibració és un estat límit últim.
- d) L'incompliment d'un estat límit de servei implica, tard o d'hora, que l'estructura queda fora de servei.

#### Solució

La resposta falsa és la *c* ja que l'estat límit de vibració és un estat límit de servei. Segons els articles 8.1.2. *Estados Límite Últimos* i 8.1.3. *Estados Límite de Servicio* de la Instrucció EHE 2008, l'estat límit de vibració és un estat límit de servei perquè, en cas d'incompliment, l'estructura estarà fora de servei no perquè hagi col·lapsat l'estructura, sinó pels danys produïts en elements constructius, en els equips i/o la inquietud en els usuaris.

### Exercici BC-02

Indiqueu la classificació correcta, segons la seva naturalesa i la variació en el temps de l'acció d'un incendi en les estructures de formigó.

#### Respostes possibles:

- a) Segons la seva naturalesa és directa i segons la variació temporal és (A) accidental.
- b) Segons la seva naturalesa és directa i segons la variació temporal és (Q) variable.
- c) Segons la seva naturalesa és indirecta i segons la variació temporal és (A) accidental.
- d) Segons la seva naturalesa és indirecta i segons la variació temporal és (Q) variable.

#### Solució

La resposta correcta és la *c* ja que l'acció del foc sobre les estructures de formigó és indirecta, pel doble efecte de variacions en les temperatures i degradació dels materials estructurals. Per la seva variació temporal, es tracta d'una acció (A) accidental ja que la seva possibilitat d'actuació és petita però de gran importància (article 9. *Clasificación de las acciones* de la Instrucció EHE 2008).

### Exercici BC-03

Indiqueu la classificació correcta, segons la seva naturalesa i variació en el temps de l'acció del vent en les estructures de formigó:

#### Respostes possibles:

- a) Segons la seva naturalesa és directa i segons la variació temporal és (A) accidental.
- b) Segons la seva naturalesa és directa i segons la variació temporal és (Q) variable.
- c) Segons la seva naturalesa és indirecta i segons la variació temporal és (A) accidental.
- d) Segons la seva naturalesa és indirecta i segons la variació temporal és (Q) variable.

#### Solució

La resposta correcta és la *b* ja que l'acció que fa el vent sobre les estructures de formigó és directa, en forma de pressió. Segons la seva variació temporal, es tracta d'una acció (Q) variable perquè pot actuar o no sobre l'estructura i amb tota seguretat actuarà durant la seva vida útil (article 9. *Clasificación de las acciones* de la Instrucció EHE 2008).

### Exercici BC-04

Indiqueu la classificació correcta, segons la seva naturalesa i variació en el temps de l'acció de l'empenta de terres de les estructures de formigó:

#### Respostes possibles:

- a) Segons la seva naturalesa és directa i segons la variació temporal és (G) permanent.
- b) Segons la seva naturalesa és directa i segons la variació temporal és (G\*) permanent de valor no constant.
- c) Segons la seva naturalesa és directa i segons la variació temporal és (Q) variable.
- d) Segons la seva naturalesa és directa i segons la variació temporal és (A) accidental.

#### Solució

La resposta correcta és la *b* ja que l'acció de l'empenta del terreny, sobre els paraments en contacte, és directa. Per la seva variació temporal, es tracta d'una acció (G\*) permanent de valor no constant ja que el valor exacte de les empentes que actuen el desconexim, encara que sí que en coneixem el valor límit (article 9. *Clasificación de las acciones* de la Instrucció EHE 2008).

### Exercici BC-05

Indiqueu la classificació correcta, segons la seva naturalesa i la variació en el temps del pretensatge en les estructures de formigó:

#### Respostes possibles:

- a) Segons la seva naturalesa és directa i segons la variació temporal és (G) permanent.
- b) Segons la seva naturalesa és directa i segons la variació temporal és (G\*) permanent de valor no constant.
- c) Segons la seva naturalesa és directa i segons la variació temporal és (Q) variable.
- d) Segons la seva naturalesa és directa i segons la variació temporal és (A) accidental.

## 2. Anàlisi estructural

### Exercici AE-01

Un forjat unidireccional continu de cinc trams de 6 m cadascun té 30 cm de cantell total i està constituït per una llosa de compressió de 7 cm de gruix i nervis rectangulars de 10 cm d'ample, separats 80 cm entre eixos, tal com s'indica a la figura adjunta. Les càrregues que s'han considerat són uniformement repartides.

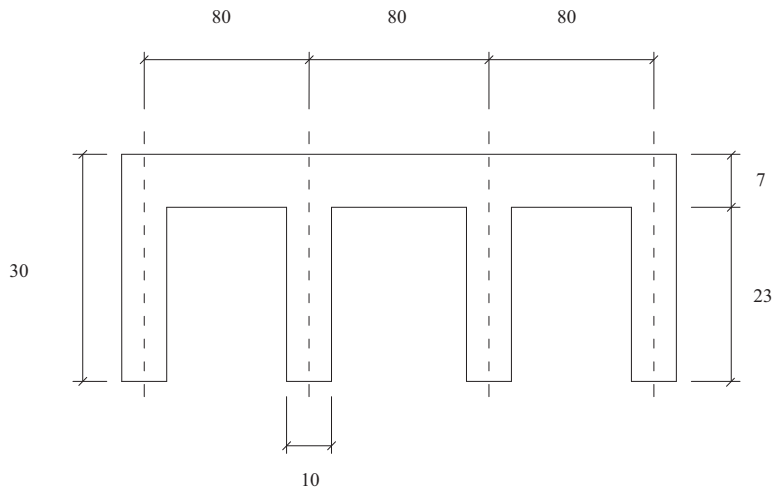


Fig. 2.1 Esquema del forjat

Quin és l'ample eficaç de l'ala que es pot considerar en els càlculs resistents de la secció en T davant de moments positius? Calculeu tant per als nervis interiors com per als nervis de vora.

#### Respostes possibles:

- Nervi interior:  $b_e = 240$  cm; nervi de vora:  $b_e = 120$  cm
- Nervi interior:  $b_e = 82$  cm; nervi de vora:  $b_e = 41$  cm
- Nervi interior:  $b_e = 80$  cm; nervi de vora:  $b_e = 45$  cm
- Nervi interior:  $b_e = 80$  cm; nervi de vora:  $b_e = 80$  cm



**Solució**

Segons l'article 18.2.1 *Ancho eficaz del ala en piezas lineales* de la Instrucció EHE 2008, l'ample eficaç de l'ala en seccions T es pot considerar igual a l'amplada del nervi ( $b_0$ ) més  $1/5$  de la distància entre punts de moment nul ( $l_0$ ), sense sobrepassar l'ample real de l'ala. Per a bigues de vora, se suma a l'amplada del nervi  $1/10$  de la distància entre punts de moment nul, i també s'ha de tenir en compte que no es pot sobrepassar l'ample real de l'ala. En una biga contínua de nombrosos trams, la llei de moments flexors davant càrregues uniformement distribuïdes té punts de moment nul a distància dels recolzaments entre  $1/10$  i  $1/4$  de la llum, depenent de la hipòtesi de càrrega. La més desfavorable, per al càlcul de l'amplada eficaç, és la hipòtesi que considera la càrrega aplicada a tota la longitud de la biga, per la qual la distància entre punts de moment nul és de l'ordre de  $l_0 = 0,6 \cdot l = 0,6 \cdot 6 = 3,6$  m. Per tant, l'ample eficaç  $b_e$  valdrà:

$$b_e = b_0 + \frac{l_0}{5} = 10 + \frac{360}{5} = 82 \text{ cm}$$

En no poder-se superar l'ample real de l'ala, l'ample eficaç serà  $b_e = 80$  cm.

En el cas dels nervis de vora, l'expressió que s'ha d'utilitzar és:

$$b_e = b_0 + \frac{l_0}{10} = 10 + \frac{360}{10} = 46 \text{ cm}$$

En no poder-se superar l'ample real de l'ala, l'ample eficaç per al nervi de vora serà  $b_e = 45$  cm.

**Exercici AE-02**

Considereu una biga de pont amb secció transversal tipus caixó, tal com s'indica a la figura adjunta:

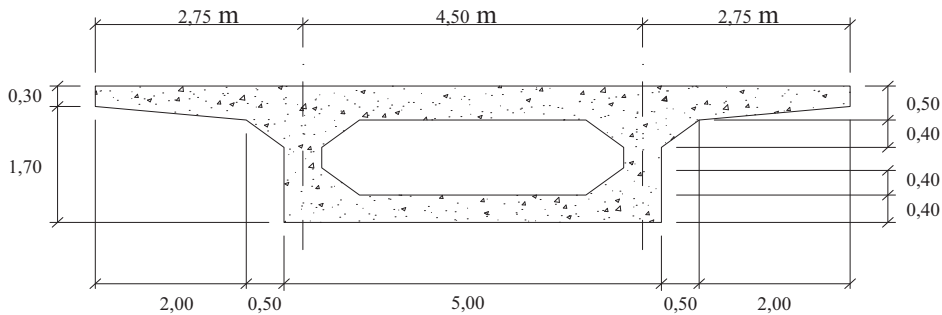


Fig. 2.2 Esquema de la biga

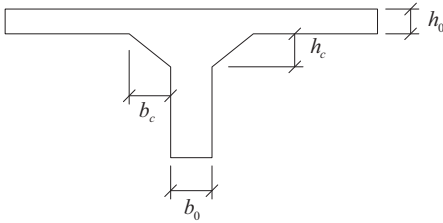
Calculeu l'ample eficaç de l'ala superior que podem considerar a l'hora de calcular la resistència a flexió de la secció simplificada a TT, suposant que el pont està doblement recolzat i que té una llum de 20 m.

**Respostes possibles:**

- a)  $b_e = 2,50$  m
- b)  $b_e = 3,50$  m
- c)  $b_e = 5,00$  m
- d)  $b_e = 5,30$  m

**Solució**

Segons els comentaris de l'article 18.2.1 *Ancho eficaz del ala en piezas lineales*, en una secció en T, l'ample eficaç es calcula mitjançant l'expressió  $b_e = b_0 + \frac{l_0}{5}$ , sent  $b_0$  l'amplada del nervi i  $l_0$  la distància entre punts de moment nul. Aquest valor ha de ser sempre inferior a l'ample real de l'ala.



Quan hi ha cartabons d'amplada  $b_c$  i alçada  $h_c$ , es pot substituir el valor  $b_0$  per  $b'_0$ , que ve donat generalment per l'expressió  $b'_0 = b_0 + 2b_c$  o bé,  $b'_0 = b_0 + 2h_c$ .

En aquest cas,  $b_c = 0,50$  i  $h_c = 0,40$ , per tant  $b'_0 = 0,50 + 2 \cdot 0,40 = 1,30$  m.

Com que es tracta d'una biga doblement recolzada, la distància entre punts de moment nul coincideix amb la llum entre recolzaments i, per tant, tenim  $l_0 = 20$  m. Aplicant l'expressió indicada anteriorment:

$$b_e = b'_0 + \frac{l_0}{5} = 1,30 + \frac{20}{5} = 5,30 \text{ m}$$

En no poder-se superar l'ample real de l'ala, l'ample eficaç serà:  $b_e = 5,00$  m.

**Exercici AE-03**

Considereu el dintell de la figura, que en un extrem està encastat en un mur i en l'altre extrem està encastat en un pilar quadrat. En funció de les dimensions de les peces, quina serà la llum de càlcul que s'ha de considerar en el dintell?

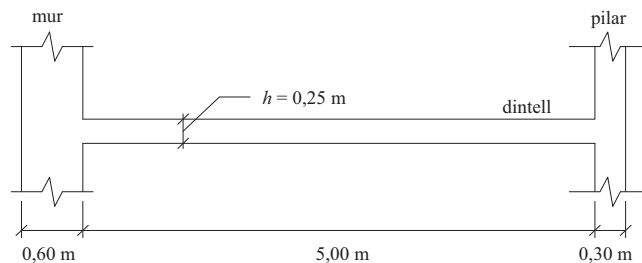


Fig. 2.3 Esquema del dintell

**Respostes possibles:**

- a) 5,00 m
- b) 5,40 m
- c) 5,45 m
- d) 5,90 m

**Solució**

Aplicant els comentaris de l'article 18.2.2 *Luces de cálculo*, com que el gruix del mur és  $e_{mur} = 0,60 \text{ m} > 2h = 0,50 \text{ m}$ , la llum de càlcul serà la llum lliure, més el cantell (per la part del mur), més la distància fins a l'eix del pilar, tal com s'indica a la figura adjunta:

### 3. Materials per al projecte

#### Exercici MP-01

Calculeu la tensió característica de l'acer d'un cordó de pretensatge sotmès a una deformació del 0,01 (10 ‰), segons l'expressió de cinquè grau de la Instrucció EHE.

El cordó és d'acer Y1860 S7 ( $f_{m\grave{a}x} = 1.860 \text{ N/mm}^2$  i  $f_{pk} = 1.700 \text{ N/mm}^2$ ).

**Respostes possibles:**

- a)  $\sigma_p = 1.860 \text{ N/mm}^2$
- b)  $\sigma_p = 1.700 \text{ N/mm}^2$
- c)  $\sigma_p = 1.617 \text{ N/mm}^2$
- d)  $\sigma_p = 1.656 \text{ N/mm}^2$

**Solució**

Segons l'expressió del diagrama  $\sigma_p - \varepsilon_p$  característic de l'acer per a armadures actives de l'article 38.5 *Diagrama tensió-deformación característico del acero en las armaduras activas*, es té:

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} + 0,823 \left( \frac{\sigma_p}{f_{pk}} - 0,7 \right)^5, \quad \text{per } \sigma_p \geq 0,7 f_{pk}$$

on, a falta de dades més precises del fabricant:

$$E_p = 190.000 \text{ N/mm}^2, \quad \text{perquè es tracta d'un cordó (article 38.8 M\acute{o}dulo de deformaci\acute{o}n longitudinal del acero en lasarmaduras activas)}$$

$$f_{pk} = 1.700 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_p = 0,01$$

Mitjançant temptejos successius, trobem el valor de la tensió:  $\sigma_p = 1.656,6 \text{ N/mm}^2$ , que correspon a la resposta d.

Observeu que la tensió obtinguda és menor que el límit elàstic de l'acer, en concret un 2,6% menor ( $\frac{1700 - 1656,6}{1700} \cdot 100$ ), cosa que generaria una contradicció.

Això permet concloure que, encara que el diagrama bilineal simplificat no és completament exacte, es pot utilitzar en el cas de deformació en ruptura de l'acer ( $\varepsilon_p = 0,01$ ), ja que les diferències són mínimes.

### Exercici MP-02

Calculeu la tensió característica de l'acer d'un cordó de pretensatge sotmès a la deformació corresponent al límit elàstic, suposant que el seu comportament és lineal ( $\varepsilon_p = f_{pk} / E_p = 0,00895$ ), segons l'expressió de cinquè grau de la Instrucció EHE.

El cordó és d'acer Y1860 S7 ( $f_{m\grave{a}x} = 1.860 \text{ N/mm}^2$  y  $f_{pk} = 1.700 \text{ N/mm}^2$ ).

#### Respostes possibles:

- a)  $\sigma_p = 1.589 \text{ N/mm}^2$
- b)  $\sigma_p = 1.617 \text{ N/mm}^2$
- c)  $\sigma_p = 1.656 \text{ N/mm}^2$
- d)  $\sigma_p = 1.700 \text{ N/mm}^2$

#### Solució

Segons l'expressió del diagrama  $\sigma_p - \varepsilon_p$  característic de l'acer per a armadures actives de l'article 38.5, es té:

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} + 0,823 \left( \frac{\sigma_p}{f_{pk}} - 0,7 \right)^5, \quad \text{para } \sigma_p \geq 0,7 f_{pk}$$

on, a falta de dades més precises del fabricant:

$E_p = 190.000 \text{ N/mm}^2$ , perquè es tracta d'un cordó (article 38.8 Módulo de deformación longitudinal del acero en lasarmaduras activas)

$f_{pk} = 1.700 \text{ N/mm}^2$

$\varepsilon_p = 0,00895$

Mitjançant temptejos successius, trobem el valor de la tensió:  $\sigma_p = 1.589,0 \text{ N/mm}^2$ , que correspon a la resposta a.

Observeu que la tensió obtinguda és sensiblement menor a la del límit elàstic de l'acer. De fet, es tracta del punt de màxima diferència entre el diagrama de la paràbola de cinquè grau i el diagrama bilineal simplificat. En aquest punt, la diferència és del 6,5 %.

### Exercici MP-03

Calculeu la relaxació que es produirà a temps infinit en un cordó de pretensatge d'acer Y1860 S7 amb una  $\sigma_p = 1.210 \text{ N/mm}^2$ , a partir de les dades següents facilitades pel fabricant:

Taula 3.1 Percentatges de relaxació

	Relaxació (%)		
	$0,6 f_{m\grave{a}x}$	$0,7 f_{m\grave{a}x}$	$0,8 f_{m\grave{a}x}$
120 h	0,72	2,16	5,04
1.000 h	1,00	3,00	7,00

#### Respostes possibles:

- a) 3,19 %
- b) 5,04 %
- c) 5,78 %
- d) 6,28 %

**Solució**

La relaxació  $\rho$  de l'acer a longitud constant, per a una tensió inicial  $\sigma_{pi} = \alpha f_{m\acute{a}x}$  i per un temps  $t$ , es pot estimar amb l'expressió següent (article 38.9 *Relajación del acero en las armaduras activas*):

$$\log \rho(t) = \log \frac{\Delta \sigma_p(t)}{\sigma_{pi}} = k_1 + k_2 \log t$$

on  $\Delta \sigma_p(t)$  representa la pèrdua de tensió per relaxació a longitud constant al cap de  $t$  hores, i  $k_1$  i  $k_2$  són coeficients que depenen del tipus d'acer i de la tensió inicial.

A partir de la taula proporcionada pel fabricant, es poden calcular els coeficients  $k_1$  i  $k_2$  per a diferents valors de  $\alpha$ . En aquest cas concret, es té:

$$\alpha = \frac{\sigma_{pi}}{f_{max}} = \frac{1.210}{1.860} = 0,65$$

Primerament, es troben els valors de  $k_1$  i  $k_2$  per a  $\alpha = 0,6$  i  $\alpha = 0,7$  i, posteriorment, s'interpol·la:

$$\alpha = 0,6 \left[ \begin{array}{l} \log(0,0072) = k_1 + k_2 \log(120) \\ \log(0,01) = k_1 + k_2 \log(1.000) \end{array} \right] \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k_1 = -2,456 \\ k_2 = 0,1520 \end{array} \right.$$

$$\alpha = 0,7 \left[ \begin{array}{l} \log(0,0216) = k_1 + k_2 \log(120) \\ \log(0,03) = k_1 + k_2 \log(1.000) \end{array} \right] \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k_1 = -1,9856 \\ k_2 = 0,1542 \end{array} \right.$$

Aproximant a temps infinit per a  $t = 10^6$  hores, es calcula la relaxació corresponent als valors  $\alpha = 0,6$  i  $\alpha = 0,7$ :

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,6 \\ \log \rho(10^6) &= -2,456 + 0,1520 \log(10^6) = -1,544 \\ \rho(10^6) &= 0,0286 \\ \alpha &= 0,7 \\ \log \rho(10^6) &= -1,9856 + 0,1542 \log(10^6) = -1,0604 \\ \rho(10^6) &= 0,0870 \end{aligned}$$

Interpolant, s'obté:  $\alpha = 0,65 \Rightarrow \rho(10^6) = 0,0578 \Rightarrow \rho_{\infty} = 5,78\%$ , per tant la resposta correcta és la c.

Prenent aquest valor de la relaxació, es calcula la pèrdua de tensió, que serà:

$$\rho(t) = \frac{\Delta \sigma_p(t)}{\sigma_{pi}} \Rightarrow \Delta \sigma_{p_{\infty}} = \rho \sigma_{pi} = 69,9 \text{ N/mm}^2$$

**Exercici MP-04**

Calculeu la relaxació que es produirà a temps infinit en un cordó de pretensatge d'acer Y1860 S7, amb una tensió de  $1.023 \text{ N/mm}^2$ , després de les pèrdues instantànies.

Com que no es disposa de dades del fabricant, perquè s'està treballant en el projecte, es recomana utilitzar les expressions recollides en els comentaris de l'article 38.9 *Relajación del acero en las armaduras activas* de la Instrucció EHE 2008.

**Respostes possibles:**

- a) 0,00 %
- b) 0,96 %
- c) 1,45 %
- d) 2,90 %

**Solució**

En cas de no disposar de les dades del fabricant, la Instrucció (article 38.9) permet usar, per determinar la relaxació a temps superiors a 1.000 hores i fins a temps infinit, l'expressió següent:

$$\rho(t) = \rho_{1.000} \left( \frac{t}{1.000} \right)^k, \quad \text{amb} \quad k = \log \left( \frac{\rho_{1.000}}{\rho_{100}} \right) = \log 1,429$$

on  $\rho(t)$  és la relaxació experimentada a les  $t$  hores (en %),  $\rho_{1000}$  és l'experimentada a les 1.000 hores (en %) i  $\rho_{100}$  l'experimentada a les 100 hores (en %).

Es calcula el valor de  $\alpha$  com:  $\alpha = \frac{\sigma_{pi}}{f_{màx}} = \frac{1.023}{1.860} = 0,55$ , llavors es realitzaran els càlculs per  $\alpha = 0,5$  i  $\alpha = 0,6$  i s'interpol·la a continuació.

A partir de la taula 38.9.a, tenint en compte que es tracta d'un cordó, s'obté la relaxació a les 1.000 hores per als valors de  $\alpha = 0,5$  i  $\alpha = 0,6$ :

$$\begin{aligned} \alpha = 0,5 &\Rightarrow \rho_{1.000} = 0 \\ \alpha = 0,6 &\Rightarrow \rho_{1.000} = 0,01 \end{aligned}$$

Per a  $\alpha = 0,5$ , en ser el valor de la relaxació a les 1.000 hores igual a zero, s'obté que la relaxació a temps infinit és també nul·la.

Es calcula a continuació la relaxació a temps infinit (segons la normativa EHE 2008, es podrà pendre com 2,9 vegades la relaxació a  $t=1.000$  hores) per a  $\alpha = 0,6$ :

De la taula 38.9.b, per a un formigó d'enduriment ràpid, s'obté que  $\frac{\rho_{1000}}{\rho_{100}} = \frac{100}{70} = 1,429$ ; per tant  $k = \log 1,429 = 0,155$ .

Llavors:

$$\rho(\infty) = 2,9 \cdot \rho_{1.000} = 2,9 \cdot 0,01 = 0,029$$

Interpolant els dos valors obtinguts, es té  $\rho_{\infty} = 0,0145 = 1,45\%$ ; per tant, la resposta correcta és la c.

**Exercici MP-05**

Durant l'execució del formigonatge d'un fonament de formigó armat, alguns camions formigonera, que portaven un formigó HA-25/P/20/IIa, van trigar més del que estava previst a arribar a l'obra per problemes de trànsit.

El formigó es va acceptar i es va utilitzar. Com a director d'obra, teniu dubtes seriosos sobre la qualitat del formigó utilitzat i voleu estimar la resistència del formigó a partir dels resultats obtinguts als set dies per poder ordenar, en cas de resistència insuficient, la demolició i la reconstrucció del fonament, tan aviat com sigui possible, i així minimitzar l'efecte de la incidència en el termini total d'execució de l'obra.

Per correu electrònic, el laboratori de control us remet el resultat següent de la resistència als set dies:  $f_{est} = 15,5 \text{ N/mm}^2$ .

Tenint en compte l'evolució de la resistència del formigó d'enduriment lent de la sabata, quin serà el valor  $f_{ck,28}$ ? Quina decisió prendreu?

## 4. Durabilitat

### Exercici DU-01

Es projecta un edifici amb estructura de formigó armat al passeig marítim de Castelldefels (Barcelona).

Quines han de ser les característiques del formigó que s'ha d'utilitzar per garantir la durabilitat adequada de l'estructura en els elements estructurals que estan en contacte amb l'atmosfera?

#### Respostes possibles:

- |    |                   |                               |                              |
|----|-------------------|-------------------------------|------------------------------|
| a) | $A/C \geq 0,5$ ,  | $C > 300 \text{ kg/m}^3$ ,    | $f_{ck} > 30 \text{ N/mm}^2$ |
| b) | $A/C \leq 0,5$ ,  | $C \geq 350 \text{ kg/m}^3$ , | $f_{ck} > 35 \text{ N/mm}^2$ |
| c) | $A/C \leq 0,55$ , | $C \geq 350 \text{ kg/m}^3$ , | $f_{ck} > 30 \text{ N/mm}^2$ |
| d) | $A/C \leq 0,5$ ,  | $C \geq 300 \text{ kg/m}^3$ , | $f_{ck} > 30 \text{ N/mm}^2$ |

#### Solució

Segons la Taula 5.1 *Vida útil nominal de los diferentes tipos de estructura*, la seva vida útil nominal és de  $t_d=50$  anys i es tracta d'un edifici de vivendes.

Es tracta d'un edifici en un ambient marí, sense contacte directe amb l'aigua i, per tant, segons la taula Taula 8.2.2 *Clases generales de exposición relativas a la corrosión de las armaduras* de l'EHE 2008, la classe general d'exposició és IIIa (possible corrosió per clorurs). Per a aquesta classe d'exposició, les taules Taula 37.3.2.a *Máxima relación agua/cemento y mínimo contenido de cemento* i 37.3.2.b *Resistencia mínimas recomendadas en función de los requisitos de durabilidad* prescriuen una relació aigua/ciment màxima de 0,5, un contingut mínim de ciment de  $300 \text{ kg/m}^3$  i una resistència mínima de  $30 \text{ N/mm}^2$  (veure annex). Per tant la resposta correcta és la d).

### Exercici DU-02

En una carretera d'accés a unes pistes d'esquí, amb freqüents nevades i trànsit molt dens durant els caps de setmana d'hivern, es projecta un pont amb taulell de formigó pretensat en el qual s'aboquen sals fundents a l'hivern.

Quines han de ser les característiques del formigó del taulell d'aquest pont per garantir la durabilitat de la carretera durant la seva vida útil?

**Respostes possibles:**

- a)  $A/C < 0,50$ ,  $C > 300 \text{ kg/m}^3$ ,  $f_{ck} > 35 \text{ N/mm}^2$   
 b)  $A/C < 0,45$ ,  $C > 325 \text{ kg/m}^3$ ,  $f_{ck} > 35 \text{ N/mm}^2$   
 c)  $A/C < 0,50$ ,  $C > 325 \text{ kg/m}^3$ ,  $f_{ck} > 30 \text{ N/mm}^2$   
 d)  $A/C < 0,45$ ,  $C > 300 \text{ kg/m}^3$ ,  $f_{ck} > 30 \text{ N/mm}^2$

**Solució**

L'obra és un pont que, si bé potser no arriba als 10 metres i és una estructura de repercussió econòmica alta. Per tant, segons la Taula 5.1 *Vida útil nominal de los diferentes tipos de estructura*, la seva vida útil nominal és de  $t_d=100$  anys.

Es tracta d'una estructura de formigó pretensat exposada a corrosió per clorurs d'origen diferent del medi marí (sals fundents), per tant, la classe general d'exposició, segons la taula 8.2.2, és la IV.

Per altra banda, com que es troba en una zona amb risc de gelades amb presència de sals fundents, la classe específica d'exposició és la F (taula 8.2.3.a).

Segons l'EHE (taules 37.3.2.a i 37.3.2.b) es requereix una relació aigua/ciment  $A/C < 0,45$ , un contingut mínim de ciment de  $325 \text{ kg/m}^3$  i una resistència mínima de  $35 \text{ N/mm}^2$  (veure taules a l'annex). Per tant, la resposta correcta és la b).

**Exercici DU-03**

Una empresa de prefabricació produeix jàsseres pretesades en T invertida per a aparcaments, les característiques geomètriques de les quals s'indiquen a la figura adjunta:

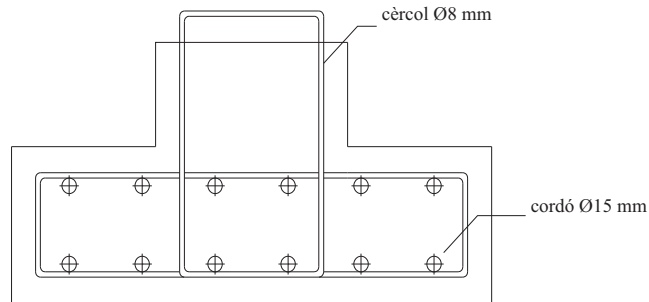


Fig. 4.1 Esquema de la jàssera

El formigó és de resistència característica  $f_{ck} > 45 \text{ N/mm}^2$  i el control de l'execució és intens.

Quin és el recobriment que s'ha de considerar en els càlculs de projecte, suposant que es tracta d'elements en un ambient normal amb humitat mitjana?

**Respostes possibles:**

- a) 25 mm  
 b) 30 mm  
 c) 35 mm  
 d) Depèn del diàmetre dels cercols.



**Solució**

Segons la Taula 5.1 *Vida útil nominal de los diferentes tipos de estructura*, la seva vida útil nominal és de  $t_d=100$  anys, donat que es tracta d'un aparcament, obra que normalment té una repercussió econòmica alta.

Es tracta d'una peça prefabricada, amb control d'execució intens i formigó de  $f_{ck} > 40 \text{ N/mm}^2$ , situada en un ambient normal d'humiditat mitjana (classe IIb, segons la taula 8.2.2).

El recobriment nominal ve donat per l'expressió  $r = r_{min} + \Delta r$ , on, segons la taula 37.2.4.1.a *Recubrimientos mínimos (mm) para las clases generales de exposición I i II* de la Instrucció EHE,

$$\begin{aligned} \text{Exposició IIb+ CEM I+ } f_{ck} \geq 40 \text{ N/mm}^2 + t_d=100 \text{ anys} &\Rightarrow r_{min} = 25 \text{ mm} \\ \text{Article 37.2.4 Recubrimientos, al tractar-se d'un element prefabricat amb control intens} &\Rightarrow \Delta r = 0 \end{aligned}$$

Per tant, el recobriment nominal és de 25 mm (veure taules a l'annex).

**Exercici DU-04**

A la ciutat de Badalona es projecta un pont llosa doblement recolzat de formigó pretensat, amb armadures posttenses, la secció del qual s'indica a la figura adjunta. Els tendons estan constituïts per 15 cordons de 0,6 polsades i la beina, que té un diàmetre de 100 mm, serà injectada amb beurada de ciment immediatament després de tesar tots els tendons:

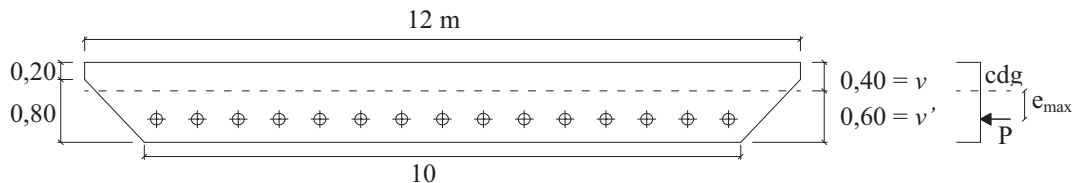


Fig. 4.2 Esquema del pretensatge

Es demana calcular l'excentricitat màxima respecte del cdg de la secció que poden tenir els tendons en el centre del tram per satisfer els requisits de durabilitat, tenint en compte que el control de l'execució és intens i que la resistència característica de projecte del formigó és  $f_{ck} = 35 \text{ N/mm}^2$

**Respostes possibles:**

- 560 mm
- 510 mm
- 470 mm
- 400 mm

**Solució**

Es tracta d'un element construït *in situ* amb control intens d'execució.

Tal com diu la Instrucció EHE a l'article 37.2.4.2 *Recubrimientos de armaduras activas postesas*, el recobriment en elements pretensats amb armadura posttensa ha de ser el major entre:

- 4 cm
- El major dels següents valors: la menor dimensió o la meitat de la major dimensió de la beina o grup de beines en contacte

Com que la beina és circular, la menor dimensió serà la major dimensió, igual al diàmetre. Per tant, el recobriment seria igual al diàmetre de 100 mm. La distància de la beina al parament serà:  $r = 100 \text{ mm}$ . L'excentricitat del tendó serà:  $e = v' - r - \frac{\phi_v}{2} = 600 - 100 - \frac{100}{2} = 450 \text{ mm}$ .

## 5. Estat límit d'esgotament sota sol·licitacions normals

### Exercici FC-01

Considereu una secció rectangular com la de la figura adjunta ( $b=0,40\text{m}$ ,  $h=0,50\text{m}$ ) construïda *in situ* amb els materials següents:

- Formigó: HA25/B/20/IIb  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$
- Acer: B500-S  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$

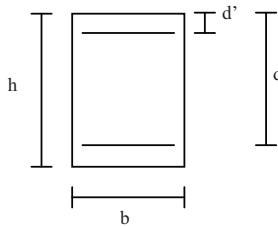


Fig. 5.1 Geometria de la secció

Quina és l'àrea d'acer estrictament necessària per a resistir un moment flexor de càlcul  $M_d = 250 \text{ kN}\cdot\text{m}$ , suposant un recobriment mecànic a tracció i a compressió de  $50 \text{ mm}$  i el control d'execució és normal?

#### Respostes possibles:

- a)  $A_s = A'_s = 1.225 \text{ mm}^2$
- b)  $A_s = 1.424 \text{ mm}^2$ ,  $A'_s = 0 \text{ mm}^2$
- c)  $A_s = 1.225 \text{ mm}^2$ ,  $A'_s = 240 \text{ mm}^2$
- d)  $A_s = 1.225 \text{ mm}^2$ ,  $A'_s = 0 \text{ mm}^2$

#### Solució

Les resistències de càlcul del formigó i de l'acer són, respectivament:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,5} = \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ N/mm}^2 = 16.667 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2 = 435.000 \text{ kN/m}^2$$

Es calcula el cantell útil com el cantell total de la peça menys el recobriment mecànic:  $d = h - r = 0,50 - 0,05 = 0,45$  m.

Aplicant les fórmules del mètode simplificat per al càlcul de seccions rectangulars sotmeses a flexió simple (EHE 2008, annex 7, cap. 3), s'obté:

$$U_0 = f_{cd} \cdot bd = 16.667 \cdot 0,40 \cdot 0,45 = 3.000 \text{ kN}$$

$$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \Rightarrow \varepsilon_{cu} = 0,0035 \text{ (Article 39.5)}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E} = \frac{435}{200 \cdot 10^3} = 0,002175$$

$$\xi = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,002175} = 0,61674 \leq 0,625 \text{ (Annex 7, Article 3.1.1)}$$

$$M_f = 0,8 \cdot U_0 \cdot x_f \cdot \left(1 - 0,4 \cdot \frac{x_f}{d}\right) = 0,8 \cdot 3000 \cdot 0,61674 \cdot 0,45 \cdot (1 - 0,4 \cdot 0,61674) = 501,76 \text{ kN}$$

$$M_d = 250 \text{ kN} < M_f = 501,76 \text{ kN} \Rightarrow \text{Únicament col·loquem armadura de tracció } A'_s = 0$$

Per calcular l'armadura de tracció necessària, es troba primer el valor de la capacitat mecànica de l'acer mitjançant l'expressió que apareix al capítol 3.1 de l'annex 7 (cas 1r,  $M_d \leq M_f$ ):

$$U_{s1} = U_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_d}{U_0 d}}\right) = 3.000 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 250}{3.000 \cdot 0,45}}\right) = 619,524 \text{ kN} \quad \text{i} \quad A_s = \frac{U_{s1}}{f_{yd}} = \frac{619.524}{435} = 1.424,2 \text{ mm}^2$$

Així, l'àrea d'acer estrictament necessària per resistir el moment flexor de càlcul és  $A_s = 1.424,2 \text{ mm}^2$ , corresponent a l'armadura de tracció. No és necessària armadura de compressió.

Per tant, la solució correcta és la *b*.

## Exercici FC-02

Considereu una secció rectangular com la de la figura adjunta ( $b=0,40$ m,  $h=0,50$ m), construïda amb els materials següents:

- Formigó: HA25/B/20/IIb  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$
- Acer: B500-S  $f_{ik} = 500 \text{ N/mm}^2$

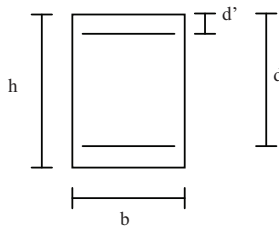


Fig. 5.2 Geometria de la secció

Suposant que l'element ha de resistir un moment de càlcul  $M_d = 250 \text{ kN}\cdot\text{m}$ , obteniu les armadures necessàries i disposeu-les tenint en compte els recobriments requerits per raons de durabilitat, sabent que l'armadura transversal està constituïda per cercols de  $\varnothing 10 \text{ mm}$  i que la separació horitzontal mínima entre barres ha de ser  $50 \text{ mm}$  per a facilitar el vibrat del formigó. Temps de vida útil  $t_d = 100$  anys i ciment CEM I.

**Respostes possibles:**

- a) Recobriment = 35 mm,  $A_s = 7 \text{ } \varnothing 16$ ,  $A'_s = 0 \text{ mm}^2$
- b) Recobriment = 40 mm,  $A_s = 8 \text{ } \varnothing 16$ ,  $A'_s = 0 \text{ mm}^2$
- c) Recobriment = 50 mm,  $A_s = 5 \text{ } \varnothing 20$ ,  $A'_s = 0 \text{ mm}^2$
- d) Recobriment = 40 mm,  $A_s = 5 \text{ } \varnothing 20$ ,  $A'_s = 0 \text{ mm}^2$

**Solució**

En primer lloc, s'ha de calcular el cantell útil de la peça. Per això, és necessari conèixer el recobriment nominal que s'ha de deixar per a raons de durabilitat:

$$r = r_{min} + \Delta r$$

$$r_{min} \text{ (ambient IIb+CEM I+25 } \leq f_{ck} \leq 40 + t_d=100 \text{ anys) = 30 mm (taula 37.2.4.1.a)}$$

$$\Delta r \text{ (control normal execució in situ) = 10 mm}$$

$$r = r_{min} + \Delta r = 30 + 10 = 40 \text{ mm}$$

El cantell útil  $d$  és igual al cantell total de la peça  $h$  menys el recobriment  $r$ , el gruix dels cercols de l'armadura transversal (10 mm) i el radi de l'armadura longitudinal (10 mm, suposant rodons  $\varnothing 20$  en una sola fila). Així doncs, el valor del cantell útil és:

$$d = 500 - 40 - 10 - 10 = 440 \text{ mm} = 0,44 \text{ m}$$

Les resistències de càlcul del formigó i de l'acer són, respectivament:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,5} = \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ N/mm}^2 = 16.667 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2 = 435.000 \text{ kN/m}^2$$

Aplicant les fórmules del mètode simplificat per al càlcul de seccions rectangulars sotmeses a flexió simple (annex 7, cap. 3), s'obté:

$$U_0 = f_{cd} \cdot b \cdot d = 16.667 \cdot 0,40 \cdot 0,44 = 2.933,33 \text{ kN}$$

$$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \Rightarrow \varepsilon_{cu} = 0,0035 \text{ (Article 39.5)}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E} = \frac{435}{200 \cdot 10^3} = 0,002175$$

$$\xi = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,002175} = 0,61674 \leq 0,625 \text{ (Annex 7, Article 3.1.1)}$$

$$M_f = 0,8 \cdot U_0 \cdot x_f \cdot \left(1 - 0,4 \cdot \frac{x_f}{d}\right) = 0,8 \cdot 2.933,33 \cdot 0,61674 \cdot 0,44 \cdot \left(1 - 0,4 \cdot 0,61674\right) = 479,71 \text{ kNm}$$

$$M_d = 250 \text{ kNm} < M_f = 479,71 \text{ kNm} \Rightarrow \text{Únicament col·loquem armadura de tracció } A'_s = 0$$

Per a calcular l'armadura de tracció necessària, es troba primer el valor de la capacitat mecànica de l'acer, mitjançant l'expressió que apareix al capítol 3.1.1 de l'annex 8 (cas 1r,  $M_d \leq M_f$ ):

$$U_{s1} = U_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_d}{U_0 \cdot d}}\right) = 2.933,33 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 250}{2.933,33 \cdot 0,44}}\right) = 637,44 \text{ kN} \quad A_s = \frac{U_{s1}}{f_{yd}} = \frac{637,44}{435} = 1.465,39 \text{ mm}^2$$

## 7. Estat límit d'esgotament a tallant i estat límit de punxonament

### Exercici TA-01

Determineu l'ample net mínim de càlcul a tallant de la biga de formigó armat la secció de la qual és (cotes en mm):

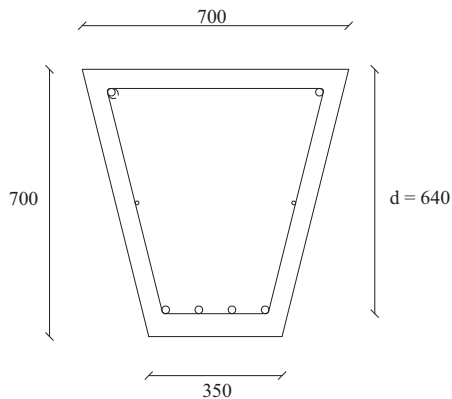


Fig. 7.1 Secció transversal

### Respostes possibles:

- a) 350 mm
- b) 380 mm
- c) 440 mm
- d) 700 mm

### Solució

Segons l'article 44.2.1. *Definición de la sección de cálculo* de la Instrucció, l'amplada neta mínima és l'amplada més petita que la secció presenti en una alçada igual a  $\frac{3}{4}$  de  $d$ , comptada a partir de l'armadura de tracció.

Per tant, en aquesta secció l'amplada és a nivell de l'armadura de tracció:

$$b_0 = 700 - 350 \cdot \frac{640}{700} = 380 \text{ mm}$$

Així doncs, la solució correcta és la *b*.

### Exercici TA-02

Determineu l'amplada neta mínima de càlcul a tallant de la secció transversal de la passarel·la pretensada que es representa a la figura, les armadures actives de la qual són adherents (cotes en mm):

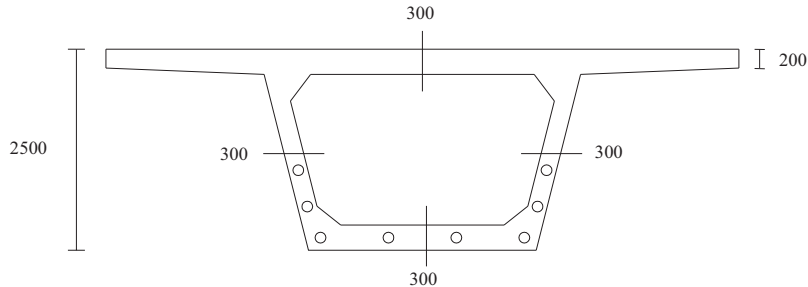


Fig. 7.2 Secció transversal

A la secció transversal s'han disposat vuit tendons de dotze cordons de 0,6". El diàmetre de les beines és de 85 mm.

#### Respostes possibles:

- 300 mm
- 430 mm
- 515 mm
- 600 mm

#### Solució

Segons els articles 44.2.1. *Definició de la secció de càlcul* i 40.3.5. *Bielas con interferencias de vainas con armaduras activas* de la Instrucció:

$$b_0 = b - \eta \Sigma \emptyset$$

on:

$\eta$  és el coeficient que depèn de les característiques de l'armadura:

$$\begin{aligned} \eta &= 1,0 && \text{per a beines amb armadura activa no adherent} \\ \eta &= 0,5 && \text{per a beines amb armadura activa adherent} \end{aligned}$$

$\Sigma \emptyset$  és la suma dels diàmetres de les beines, al nivell més desfavorable.

Per tant:

$$b_0 = b - 0,5 \cdot 2 \cdot 85 = (300 + 300) \text{ mm} - 85 \text{ mm} = 515 \text{ mm}$$

### Exercici TA-03

Calculeu l'ample mínim que ha de tenir l'ànima de la biga en T de formigó armat de la figura, sabent que el formigó és HA-30/B/20/IIb, l'acer és B500S i el control d'execució és normal.

Accions que cal considerar:

- Pes propi
- Càrrega permanent: 40 kN/m
- Sobrecàrrega: 70 kN/m

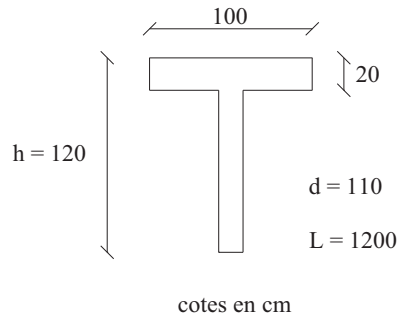


Fig. 7.3 Secció transversal

Nota. Tots els estreps són verticals.

### Respostes possibles:

- a) 200 mm
- b) 250 mm
- c) 300 mm
- d) 350 mm

### Solució

En no conèixer la geometria de la biga, s'estima un pes propi de 10 kN/m que correspongui a un gruix de l'ànima de 200 mm:

$$P_p = 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} (1\text{m} \cdot 0,2\text{m} + 1\text{m} \cdot 0,2\text{m}) = 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Llavors, el tallant de càlcul per a la comprovació de l'esgotament per compressió obliqua és:

$$V_d = \frac{12 \text{ m}}{2} [(10 + 40) \cdot 1,35 + 70 \cdot 1,50] = 6 \cdot 172,5 = 1.035 \text{ kN}$$

L'esforç tallant d'esgotament per compressió obliqua de l'ànima és (article 44.2.3.1 *Obtenció de  $V_{ul}$* ):

$$V_{ul} = K \cdot f_{icd} \cdot b_0 \cdot d \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta}$$

$$\sigma'_{cd} = 0 \quad K = 1,00$$

$$d = 1.100 \text{ mm}$$

$$f_{icd} = 0,60 \cdot f_{cd} = 0,6 \cdot 20 = 12 \text{ N/mm}^2$$

$$\theta \text{ formigó armat} = 45^\circ \quad \alpha = 90^\circ \text{ (angle cèrcols)}$$

$$V_{ul} = 1 \cdot 12 \cdot 1.100 \cdot b_0 \cdot \frac{1}{2} \geq 1.035.000 \text{ N}$$

$$b_0 \geq 156,8 \text{ mm}$$

S'adopta  $b_0 = 200 \text{ mm}$ . Posteriorment dimensionaríem els estreps per tal que  $V_{rd} \leq V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$

### Exercici TA-04

Dimensioneu l'armadura de tallant de la biga en T de formigó armat de la figura, necessària per resistir  $V_d = 100 \text{ kN}$  (cotes en mm).

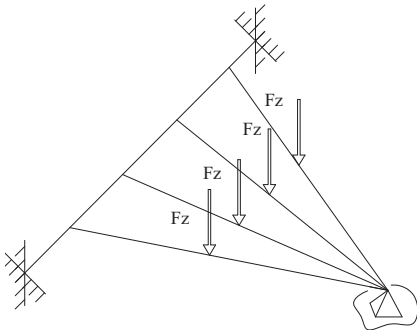
## 8. Estat límit d'esgotament per torsió a elements lineals

### Exercici TO-01

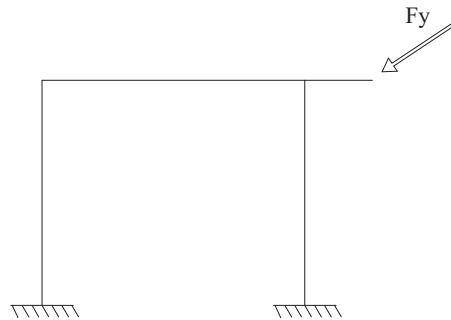
Indiqueu quin dels següents esquemes estàtics d'estructures espacials presenta torsió d'equilibri.

**Respostes possibles:**

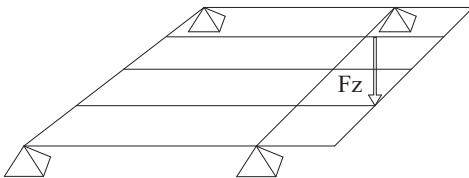
a)



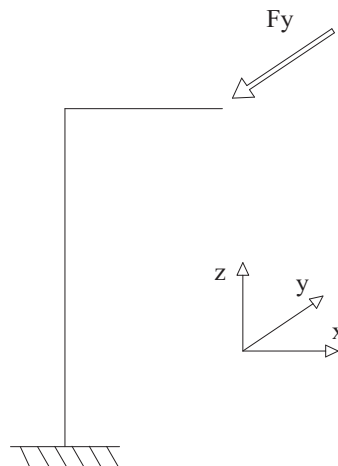
b)



c)



d)

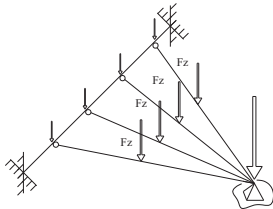




**Solució**

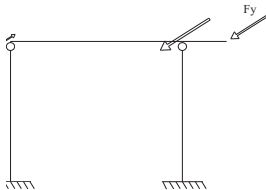
La resposta correcta és la *d* perquè en la resta de casos la càrrega es pot transmetre als recolzaments per mecanismes resistents de flexió i tallant. Una forma senzilla de visualitzar-ho consisteix a disposar articulacions als extrems dels elements:

a)



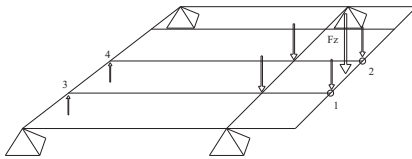
En aquest cas, les articulacions disposades impedeixen la transmissió de moments; com a conseqüència d'això, els recolzaments no reben cap moment torsor.

b)



Els recolzaments només reben moments flexors; mitjançant les articulacions, s'impedeix la transmissió del moment torsor.

c)



Mitjançant la col·locació d'articulacions als nusos 1 i 2, es transmet la càrrega a aquests de forma simètrica. Posteriorment, les barres 1-3 i 2-4 actuen com a bigues amb voladís i, per tant, la càrrega es reparteix de la mateixa forma. Així, els recolzaments no reben cap moment torsor.

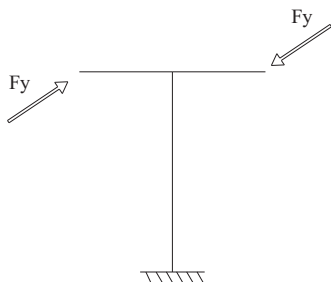
A l'esquema *d*, és impossible resistir  $F_y$  sense que el suport resisteixi moments torsors.

**Exercici TO-02**

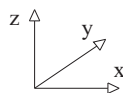
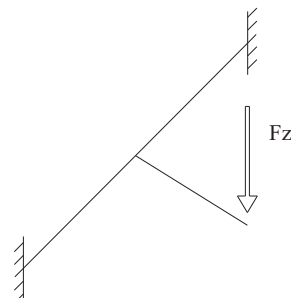
Dels esquemes estructurals que es presenten a continuació, indiqueu aquell que presenta torsió de compatibilitat, és a dir, que no necessita resistir moments torsors per ser estable.

**Respostes possibles:**

a)



b)



## 9. Estat límit de fissuració

### Exercici FI-01

Considereu una secció rectangular de formigó armat de  $b = 0,40$  m i  $h = 0,65$  m, armada amb  $A_s = 5 \phi 20$  de tracció ( $d = 0,60$  m) i  $A'_s = 0$  a efectes de càlcul. Les característiques dels materials són:

- Formigó: HA25/B/20/IIb
- Acer: B500-SD  $f_{yk} = 500$  N/mm<sup>2</sup>

La secció està sotmesa, en servei, a un moment flexor  $M_K = 120$  kNm.

Calculeu la profunditat de la fibra neutra i la tensió a l'armadura de tracció en la hipòtesi de secció fissurada.

### Respostes possibles:

- a)  $x = 325$  mm;  $\sigma_s = 3,6$  N/mm<sup>2</sup>
- b)  $x = 250$  mm;  $\sigma_s = 82,0$  N/mm<sup>2</sup>
- c)  $x = 160$  mm;  $\sigma_s = 140$  N/mm<sup>2</sup>
- d)  $x = 120$  mm;  $\sigma_s = 435$  N/mm<sup>2</sup>

### Solució

La profunditat de la fibra neutra en una secció rectangular fissurada a flexió val (Anejo 8. punto 2.2 Sección Rectangular):

$$\rho_2 = 0 \quad x = n\rho_1 d \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n\rho_1}} \right)$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \cdot 10^5}{8.500 \sqrt[3]{f_{cm,j}}} = \frac{2 \cdot 10^5}{8.500 \sqrt[3]{33}} = 7,33$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{bd} = \frac{5 \cdot 314,16}{400 \cdot 600} = 0,006545$$

$$n\rho_1 = 7,33 \cdot 0,006545 = 0,048$$

$$x = 600 \cdot 0,048 \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{0,048}} \right) = 160 \text{ mm}$$

$$\frac{x}{d} = 0,27$$

De l'equilibri de moments s'obté:

$$M = A_s \sigma_s \left( d - \frac{x}{3} \right)$$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \left( d - \frac{x}{3} \right)} = \frac{120 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}}{1.570,8 \left( 600 - \frac{160}{3} \right)} = 139,7 \text{ N/mm}^2$$

## Exercici FI-02

Considereu una secció rectangular de formigó armat de  $b = 0,40 \text{ m}$  i  $h = 0,65 \text{ m}$ , armada amb  $A_s = 5 \phi 25$  de tracció ( $d = 0,60 \text{ m}$ ) i  $A'_s = 3 \phi 20$  ( $d' = 0,05 \text{ m}$ ). Les característiques dels materials són:

- Formigó: HA25/B/20/IIb
- Acer: B500-SD  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$

La secció està sotmesa, en servei, a un moment flexor  $M_K = 120 \text{ kNm}$ .

Calculeu la profunditat de la fibra neutra i la tensió a l'armadura de tracció en la hipòtesi de secció fissurada.

### Respostes possibles:

- a)  $x = 180 \text{ mm}$ ;  $\sigma_s = 90,4 \text{ N/mm}^2$
- b)  $x = 200 \text{ mm}$ ;  $\sigma_s = 80,5 \text{ N/mm}^2$
- c)  $x = 250 \text{ mm}$ ;  $\sigma_s = 140,0 \text{ N/mm}^2$
- d)  $x = 280 \text{ mm}$ ;  $\sigma_s = 70,0 \text{ N/mm}^2$

### Solució

La profunditat de la fibra neutra, en servei, en una secció rectangular fissurada a flexió, amb armadures de tracció i compressió, val (Anejo 8. punto 2.2 Sección Rectangular):

$$\frac{x}{d} = n \rho_1 \left( 1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \left( 1 + \frac{\rho_2 d'}{\rho_1 d} \right)}{n \rho_1 \left( 1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2}} \right) = 0,30$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{bd} = \frac{5 \cdot 490,87}{400 \cdot 600} = 0,01023$$

$$\rho_2 = \frac{A'_s}{bd} = \frac{3 \cdot 314,16}{400 \cdot 600} = 0,00393$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 0,3842 \quad ; \quad \frac{d'}{d} = \frac{50}{600} = 0,0833$$

$$n = \frac{E_c}{E_s} = \frac{2 \cdot 10^5}{8.500 \sqrt[3]{33}} = 7,33$$

$$x = 0,30 \cdot d = 0,30 \cdot 600 = 180 \text{ mm}$$

## 10. Estat límit de deformació

### Exercici DE-01

Dimensioneu el cantell total que ha de tenir el voladís d'un balcó d'un edifici, fet amb llosa massissa, per tal que no sigui necessari comprovar-ne la fletxa.

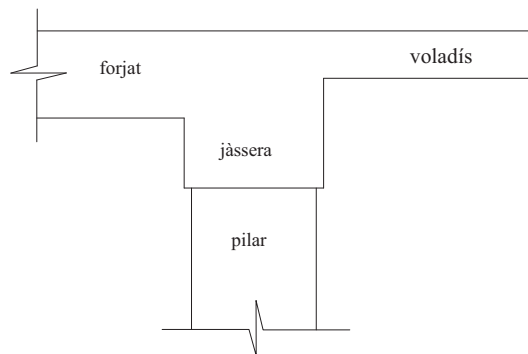


Fig. 10.1 Esquema del voladís

Dades:

- Materials:
  1. HA-25/B/12/IIa
  2. B 500 S
- Ample del voladís: 1,60 m
- Control normal d'execució. Tipus ciment CEM I i  $t_d=100$  anys
- Accions:
  1. Pes propi
  2. Càrrega permanent d'  $1 \text{ kN/m}^2$  deguda al paviment
  3. Sobrecàrrega d'ús de  $2 \text{ kN/m}^2$  en tot el voladís i d'  $1 \text{ kN/m}$  a l'extrem del voladís

**Respostes possibles:**

- a) 16 cm
- b) 22 cm
- c) 24 cm
- d) 28 cm

**Solució**

Primerament, es dimensiona el cantell útil segons la taula 50.2.2.1.a de la Instrucció EHE, que indica les diferents relacions  $L/d$  (longitud/cantell útil) en elements estructurals de formigó armat sotmesos a flexió simple:

Així doncs, si se suposa que el voladís estarà dèbilment armat ( $\rho = 0,005$ ), s'obté una relació  $\frac{L}{d} = 8$  (posteriorment, aquesta hipòtesi s'ha de comprovar).

El voladís té una longitud d'1,60 metres; llavors  $d \geq \frac{L}{8} = \frac{160 \text{ cm}}{8} = 20 \text{ cm}$  de cantell útil.

El problema demana el cantell total. Per tant, s'ha de calcular l'armat necessari i obtenir  $d'$  ja que  $h = d + d'$ .

Si se suposa que l'armat es pot realitzar amb  $\phi 10$  i es calcula el recobriment nominal mitjançant la taula 37.2.4.1.a (a l'annex), s'obté  $d'$ :

$r_{nom} = 10 \text{ mm}$  (la resta de casos) + 25 mm (IIa+CEM I + 25  $\leq f_{ck} \leq 40$  +  $t_d = 100$  anys) = 35 mm

$$d' = 35 \text{ mm} + \frac{10}{2} = 40 \text{ mm}$$

Per tant  $h = 200 + 40 = 240 \text{ mm} = 24 \text{ cm}$

Ara s'ha de comprovar que amb  $\phi 10$  és suficient i que el voladís està armat dèbilment (els càlculs es fan per metre lineal):

- Càlcul de  $M_d$ :

$$\text{-Pes propi: } 1,6m \cdot 0,24m \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1,6m}{2} = 7,68 \frac{\text{kN} \cdot m}{\text{ml}} \Rightarrow \text{Coef. Càrrega permanent} = 1,35$$

$$\text{-Càrrega permanent: } 1,6m \cdot 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{1,6m}{2} = 1,28 \frac{\text{kN} \cdot m}{\text{ml}} \Rightarrow \text{Coef. Càrrega permanent} = 1,35$$

-Sobrecàrregues d'ús:

$$1,6m \cdot 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{1,6m}{2} = 2,56 \frac{\text{kN} \cdot m}{\text{ml}} \Rightarrow \text{Coef. Càrrega permanent} = 1,5$$

$$1,6m \cdot 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 1,6 \frac{\text{kN} \cdot m}{\text{ml}} \Rightarrow \text{Coef. Càrrega permanent} = 1,5$$

$$M_d = 1,35 \cdot (7,68 + 1,28) + 1,5 \cdot (2,56 + 1,6) = 18,336 \frac{\text{kN} \cdot m}{\text{ml}}$$

- Càlcul de l'armat necessari:

Es calcula  $M_{lim}$  i es comprova si es necessita o no armadura de compressió:

$$U_0 = f_{cd} \cdot bd = 16.667 \cdot 1000 \cdot 0,2 = 3.333,33 \frac{\text{kN}}{\text{ml}}$$

$$M_f = 0,8 \cdot U_0 \cdot x_f \cdot \left(1 - 0,4 \cdot \frac{x_f}{d}\right) = 0,8 \cdot 3.333,33 \cdot 0,61674 \cdot 0,2 \cdot (1 - 0,4 \cdot 0,61674) = 247,783 \frac{\text{kN} \cdot m}{\text{ml}}$$

$$M_d = 18,336 \frac{\text{kN} \cdot m}{\text{ml}} < M_f = 247,783 \frac{\text{kN} \cdot m}{\text{ml}} \Rightarrow \text{Únicament col·loquem armadura de tracció } A'_s = 0$$

Segons el punt 3.1.1 de l'Annex 7 de la Instrucció:

$$U_{s1} = U_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_d}{U_0 d}}\right) = 3.333,33 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 18,336}{3.333,33 \cdot 0,2}}\right) = 92,98 \frac{\text{kN}}{\text{ml}} \quad \text{i} \quad A_s = \frac{U_{s1}}{f_{yd}} = \frac{92.976,79}{435} = 213,74 \text{ mm}^2$$

S'ha de calcular l'armat mínim a tracció:

$$A_s \geq 0,04 \cdot A_c \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,04 \cdot 1.000 \cdot 240 \cdot \frac{25/1,5}{500/1,15} = 368 \text{ mm}^2$$

S'escull aquest perquè és més gran que l'armat que s'ha calculat anteriorment.

- Comprovació del diàmetre de barra corrugada:

àrea  $1\phi 10 = 78,5 \text{ mm}^2$

nombre de barres per metre =  $\frac{368}{78,54} = 4,69 \text{ barres / metre} \Rightarrow$  es col·locarien cinc barres per metre, que és una quantitat adequada.

- Comprovació que és un element armat dèbilment:

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{5 \cdot 78,54}{1.000 \cdot 200} = 0,0019635 < 0,004$$

Així doncs el cantell total és de 24 cm i, per tant, la resposta correcta és la c.

## Exercici DE-02

Dimensioneu el cantell mínim que ha de tenir un forjat bidireccional alleugerit -forjat reticular- la planta del qual es presenta a la figura adjunta perquè no sigui necessari comprovar-ne la deformabilitat.

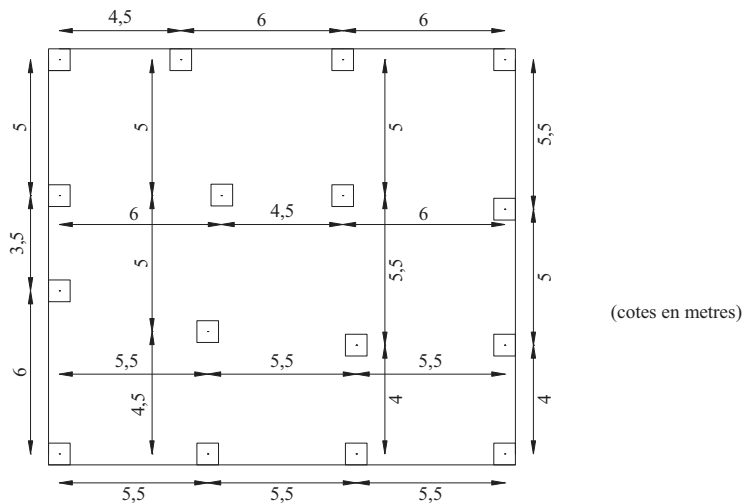


Fig. 10.2 Esquema del forjat

## 11. Ancoratge i connexió d'armadures

### Exercici A/C-01

Calculeu la longitud necessària d'ancoratge, dins la sabata, de les esperes de les barres comprimides d'un pilar de 40x40 cm armat amb 12Ø25 igualment repartits en les quatre cares. Sabem que el quocient  $\frac{A_{sreal}}{A_{snecessària}}=1,0$  ja que s'ha armat fortament amb la finalitat de no incrementar més la secció de formigó.

Acer i formigó de la sabata:

- B500S
- HA30/B/20/IIa
- Control normal d'execució

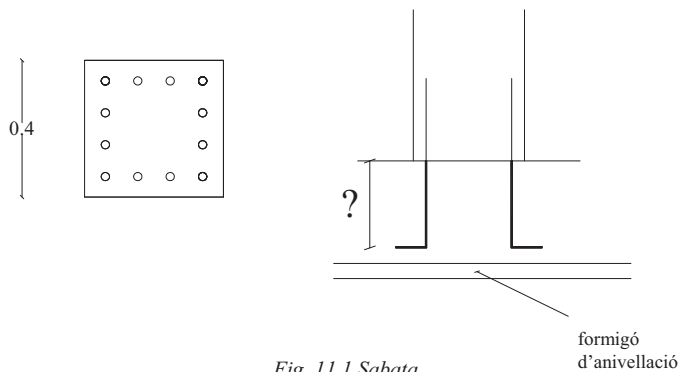


Fig. 11.1 Sabata

S'ha de tenir en compte que el gruix de la sabata ha de ser suficient per ancorar l'armadura comprimida del pilar.

### Respostes possibles:

- 57 cm
- 66 cm
- 81 cm
- 94 cm

**Solució**

Segons la instrucció, la longitud neta d'ancoratge es defineix com (*article 69.5.1.2. Anclaje de barras corrugadas*):

$$l_{b, \text{neta}} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{A_s}{A_{s, \text{real}}}$$

La longitud bàsica d'ancoratge en posició I (situada a la part inferior de la secció) és:

$$l_{bl} = m \cdot \varnothing^2 \geq \frac{f_{yk}}{20} \cdot \varnothing$$

$$\text{Taula 69.5.1.2.a} \Rightarrow m(30, \text{B500S}) = 1,3$$

$$l_{bl} = 1,3 \cdot 25^2 = 812,5 \text{ mm} \geq \frac{500}{20} \cdot 25 = 625 \text{ mm}$$

$\beta = 1,0$  perquè és un ancoratge de tipus patilla en compressió (Taula 69.5.1.2.b):

Per tant,  $l_{b, \text{neta}} = 81,25 \text{ cm}$ .

D'aquesta manera, la sabata necessitarà, per poder ancorar les esperes, tindrà com a mínim 90 cm de gruix.

**Exercici A/C-02**

Calculeu la longitud de les esperes de l'armadura d'un pilar comprimit de secció quadrada de 0,40 m de costat, armat amb 12 Ø25 igualment repartits a les quatre cares. Sabem que  $\frac{A_s}{A_{s, \text{real}}} \approx 1,0$ .

Dades:

- B 500 S
- HA 30/B/20/IIa
- Control normal d'execució

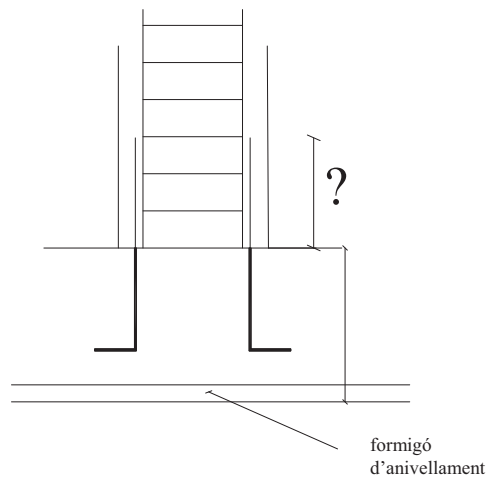


Fig. 11.2 Armadures del pilar



**Respostes possibles:**

- a) 56,92 cm
- b) 65,62 cm
- c) 81,25 cm
- d) 93,75 cm

**Solució**

Segons la instrucció, la longitud neta d'ancoratge es defineix com:

$$l_{b, \text{neta}} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{A_s}{A_{s, \text{real}}}$$

La longitud bàsica d'ancoratge en posició I (forma amb la horitzontal un angle de 90°) és:

$$l_{bl} = m \cdot \sigma^2 \geq \frac{f_{yk}}{20} \cdot \sigma$$

$$\text{Taula 69.5.1.2.a} \Rightarrow m(30, \text{B500S}) = 1,3$$

$$l_{bl} = 1,3 \cdot 25^2 = 812,5 \text{ mm} \geq \frac{500}{20} \cdot 25 = 625 \text{ mm}$$

$\beta = 1,0$  perquè és un ancoratge de tipus prolongació recta en compressió (Taula 69.5.1.2.b):

Per tant,  $l_{b, \text{neta}} = 81,25 \text{ cm}$ .

Segons l'article 69.5.2.2. *Empalmes por solapo*, la longitud de solapament és igual a:

$$l_s = \alpha \cdot l_{b, \text{neta}}$$

on  $\alpha = 1$  perquè treballa a compressió (Taula 69.5.2.2).

Llavors,  $l_s = \alpha \cdot l_{b, \text{neta}} = 81,25 \text{ cm}$

**Exercici A/C-03**

Calculeu la longitud necessària d'ancoratge dins la sabata de les esperes de l'armadura principal de tracció d'un mur de contenció de terres de formigó armat.

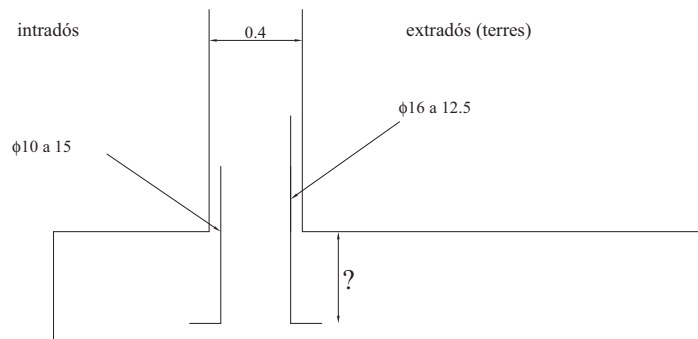


Fig. 11.3 Sabata