AULA POLITÈCNICA / TECNOLOGÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

## Xavier Alabern Morera Lluís Humet Coderch

# Electrotecnia Circuitos magnéticos y transformadores

**AULA POLITÈCNICA 134** 

# **Electrotecnia** Circuitos magnéticos y transformadores

AULA POLITÈCNICA / TECNOLOGÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

## Xavier Alabern Morera Lluís Humet Coderch

# Electrotecnia

Circuitos magnéticos y transformadores

Primera edición: octubre de 2007

Diseño de la cubierta: Jordi Calvet

- © los autores, 2007
- Edicions UPC, 2007
   Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL
   Jordi Girona 1-3, Despatx S207, 08034 Barcelona
   Tel. 934 137 540 Fax 934 137 541

Edicions Virtuals: www.edicionsupc.es E-mail: edicions-upc@upc.edu

#### ISBN: 978-84-9880-395-2

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos.

#### PRÓLOGO

El proceso de convergencia de Bolonia, que ha de regular el Espacio Europeo de Educación Superior (EEES), pretende modificar el sistema educativo actual hacia una metodología dirigida a aumentar la eficacia de la enseñanza, en la que destacan los puntos siguientes:

- a) El estudiante tiene una participación más activa.
- *b*) Las clases magistrales son *complementadas* por otros tipos de actividades programadas por el profesorado.
- c) Se fomenta el trabajo en equipo.

Las *actividades complementarias* que se comentan en el apartado *b* debe programarlas previamente el profesor responsable, en distintos grupos de trabajo.

Entre ellas, destacan:

- Seminarios para aclarar conceptos que se hayan expuesto en las clases magistrales, para trabajar aplicaciones, para proponer ejemplos...
- Instrumentos que faciliten la autoformación del estudiante.
- Medios que faciliten y fomenten el trabajo en equipo.
- Sistemas que permitan al profesor realizar frecuentes evaluaciones eficaces a todos los alumnos.

El libro que se presenta pretende servir como instrumento, en cualquiera de las cuatro diferentes *actividades complementarias* expuestas anteriormente, para aprender y conocer el comportamiento de los circuitos magnéticos y transformadores. Su contenido se adapta a la nueva metodología propuesta por el EEES. Dicha metodología, presentada en forma de preguntas de tipo test, cumple satisfactoriamente estas necesidades.

El libro se estructura en 14 capítulos y es fruto de la larga experiencia de sus autores en la impartición de las diferentes asignaturas del área de Ingeniería Eléctrica en la Escola Tècnica Superior d'Enginyeries Industrial i Aeronàutica de Terrassa (ETSEIAT) de la UPC.

Los primeros cuatro capítulos tratan sobre campos magnéticos, creados conceptualmente por corrientes continuas. El capítulo 1 estudia los campos magnéticos en el aire, en sus aspectos de generación y esfuerzos de atracción/repulsión. El segundo capítulo tiene por objeto afianzar la terminología utilizada en el estudio de los circuitos magnéticos lineales, las unidades y su comportamiento. El tercer capítulo trabaja los conceptos de inductancias principal, de dispersión y mutua. En el cuarto capítulo, se estudian los circuitos ferromagnéticos no lineales, debidos a los efectos de histéresis y de saturación.

A continuación, siguen otros cuatro capítulos, orientados a estudiar los aspectos propios de los circuitos magnéticos creados por corrientes alternas monofásicas, y en ellos se incorporan nuevos conceptos, como los de potencias activa, reactiva y aparente, las inductancias y los diagramas vectoriales (capitulo 5). En el capítulo 6, se estudian unas aplicaciones y se analizan los comportamientos de las reactancias saturables. El transformador monofásico y su comportamiento en vacío y en carga se tratan en los dos capítulos siguientes.

Siguen cuatro capítulos más, que amplían aspectos sobre la aplicación de los temas básicos que se han tratado en los ocho primeros capítulos, como son la agrupación de transformadores, los transformadores especiales, los transformadores trifásicos y los autotransformadores.

Finalmente, los dos últimos capítulos (13 y 14) tratan temas que mantienen relación con los transformadores y los campos magnéticos, como son las ondas armónicas de corriente, de tensión y de flujo, los filtros y los aspectos térmicos.

Los autores entienden que se debería aprovechar el nuevo impulso que se pretende dar a la educación superior para la utilización de esta metodología.

Los autores

Xavier ALABERN MORERA Luis HUMET CODERCH

### ÍNDICE

1	<b>Campos magnéticos en el aire</b> Regla del sacacorchos Sentidos de los campos creados por corrientes Ley de la excitación total Ley de Biot-Savart Campos creados por corrientes en conductores rectos infinitos Circulares Solenoides Fuerzas de atracción entre conductores.
2	<b>Circuitos magnéticos lineales</b> Generalidades Excitación específica de campo <i>"H"</i> . Permeabilidad " $\mu$ " Inducción o densidad de campo <i>"B"</i> Flujo magnético <i>"<math>\Phi</math>"</i> Excitación magnética " $\theta$ ". Reluctancia magnética " $R_m$ ". Unidades Circuitos magnéticos en serie y en paralelo Superposición Caída de tensión magnética .
3	Inductancias de dispersión y mútua Concatenaciones Inductancias principal, de dispersión, total, mútua Signos Energías almacenadas (Lineales y en contínua).
4	<b>Circuitos magnéticos no lineales</b> Circuitos magnéticos con saturación Cálculo gráfico Característica de entrehierro Inductancia media Energías almacenadas con saturación Circuitos con histéresis Pérdidas por histéresis.
5	<b>Circuitos magnéticos en alterna</b> Expresiones matemáticas Caídas de tensión senoidales Flujos senoidales Cresta, medio y eficaz Influencia de la frecuencia. Potencias reactiva y de pérdidas en alterna

Flujos senoidales.- Cresta, medio y eficaz.- Influencia de la frecuencia. Potencias reactiva y de pérdidas en alterna senoidal. Diagrama vectorial.- Inductancias monofásicas y trifásicas.

#### 6 Reactancias saturables

Amplificador mágnético.- Medida de intensidades con reactancias saturables.- Rectificación controlada mediante reactancia saturable.- Realimentacion positiva.

#### 7 Transformador monofásico.- Introducción

Núcleos.- Cubas.- Bobinados.- Dispersiones.- Acorazados.-Relación de transformación. Comportamiento con ondas periódicas no senoidales.- Armónicos de corriente de vacío por saturación e histéresis.- Dimensionado de transformadores.-Transformadores con dos secundarios.- Caídas por dispersión.

1

17

41

61

79

95

105

© Los autores, 2008. © Edicions UPC, 2008

El transformador en vacío y carga Circuito equivalente del transformador.- Comportamiento con cambio de frecuencia.- Diagrama vectorial.- Ensayo en vacío.-Pérdidas en el hierro.- Corriente magnetizante.- Impedancia, resistencia y reactancia de cortocircuito.- Ensayo de cortocircuito.- Pérdidas en el cobre.- Ensayos en carga.- Caida de tensión.- Factor de carga.- Máximo rendimiento.- Cargas con diodos.

#### 9 Acoplamiento de transformadores

En serie y en paralelo.- Condiciones.- Transformación de trifásica en bifásica.- Reparto de cargas entre transformadores en paralelo.

#### 10 Transformadores de medida

Transformadores de intensidad.- De medida.- De protección.-Medida de corriente rectificada con trnsformadores de intensidad.- Efectos de la saturación en transformadores de medida.- Sobretensiones en circuito abierto.

#### 11 Autotransformadores

Configuración.- Ahorro de material.- Reactancias en sus bobinas.- Tensiones aparecidas en caso de determinadas averías.- Potencia interna y de paso.- Caída de tensión.-Acoplamiento en paralelo de autotransformadores.- Regulador de inducción.- Autotransformador trifásico.

#### 12 Transformadores trifásicos

Conceptos.- Configuración con diferentes núcleos.- Angulos horarios.- Grupos de conexiones.- Armónicos de flujo y de corriente de vacío.- Nomenclatura de bornes.- Transformación a exafásico.- Rendimientos.

#### 13 Compatibilidad electromagnética

Generación de ondas electromagnéticas armónicas.- Filtros de armónicos de tensión y de corriente, inductivos y capacitivos.-Filtros en paralelo resonantes a determinados armónicos.-Desarrollo en Fourier de ondas periódicas.- Eliminación de armónicas mediante transformadores en doble Z

#### 14 Aspectos térmicos en transformadores

Fem inducidas.- Generación de campos y corrientes permanentes mediante superconductores.- Dilatación térmica.-Resistividad con la temperatura.- Transmisión de calor.-Calentamientos.- Pérdidas. 155

173

143

189

219

235

Х

8

11

#### 1-1 Regla del sacacorchos

Un tubo recto de cobre de longitud prácticamente infinita, situado centrado en el eje OX, conduce corriente eléctrica en sentido positivo (sentido OX) uniformemente distribuida por su sección recta de pared de tubo.



A□ Dentro del tubo aparecen una serie de líneas de campo en forma circular, en planos X=X1 paralelos al plano YOZ, y sus sentidos son contrarios a las agujas del reloj, vistas desde el extremo positivo del eje OX. B□ En un punto P del eje OX interior al tubo, existe un campo magnético que se desplaza en la misma dirección que la corriente y a su misma velocidad.

C En un punto N del eje OY, exterior al tubo, existe un campo magnético en el sentido del eje OX.

D En un punto M del eje OZ, exterior al tubo, existe un campo magnético en el sentido del eje OY.

Continuando con el mismo tema de la pregunta anterior:

2

AD En el exterior del tubo no hay campo magnético.

B En el exterior del tubo hay campo, y siempre tiene el sentido OX

C En cada punto del interior hay campo de valor inversamente proporcional a la distancia de este punto al eje OX.

D En el interior del tubo, el campo es nulo.

#### 1-2 Regla del sacacorchos

Un tubo recto de cobre de longitud prácticamente infinita, situado centrado en el eje OX, conduce corriente en sentido negativo (sentido XO) uniformemente distribuida por su sección recta de pared de tubo.

-1-



A□ Dentro del tubo aparecen una serie de líneas de campo en forma circular, en planos X = X1 paralelos al plano YOZ, y sus sentidos según las agujas del reloj, vistas desde el extremo positivo del eje OX.

B□ En un punto N del eje OY, exterior al tubo, existe un campo magnético en el sentido del eje OZ.

CD En un punto P del eje OX interior al tubo, existe un campo magnético que se desplaza en la misma dirección que la corriente y a su misma velocidad.

D En un punto M del eje OZ, exterior al tubo, existe un campo magnético en el sentido del eje OX.

Continuando con el mismo tema de la pregunta anterior:

2

AD En el interior del tubo no hay campo magnético.

BD En el interior del tubo hay campo, y siempre tiene el sentido OX.

CD En cada punto del interior hay campo y tiene un valor inversamente proporcional a la distancia de este punto al eje OX.

D En el interior del tubo, el campo es constante y de valor no nulo.

100

## 1-3 Ley de la excitación total

Dos pletinas de cobre de  $50x1 \text{ mm}^2$ de sección recta, suficientemente largas para poder suponer que en su zona central la corriente se distribuye en toda su sección, constituyen los conductores de ida y vuelta de la corriente de 100 A en continua, que consume una carga (M) alimentada desde una fuente de valor *E* voltios. Entre ambas pletinas hay un separador que las mantiene a 1 mm de distancia.



**A□** Entre ambas pletinas hay fuerza de repulsión.

**B**□ Entre ambas no hay campo magnético alguno (se entiende aproximadamente en la parte central por no considerar el efecto deformador de bordes).

**C** Entre ambas pletinas hay un cierto campo magnético B, que se reduce a la mitad si la distancia d entre pletinas pasa de 1 mm a 2 mm.

**D** En un punto de coordenadas (100) suficientemente alejado de los conductores (1 metro) sobre el mismo eje OX existe un campo magnético en dirección vertical, de valor:

$$B = 4\pi$$
. 10<sup>-7</sup>.  $\frac{100}{2\pi$ . 1 Teslas

#### 1-4 Ley de la excitación total

1

Dos pletinas de cobre de  $50x1 \text{ mm}^2$ de sección recta, suficientemente largas para poder suponer que en su zona central la corriente se distribuye en toda su sección, constituyen los conductores de ida y vuelta de la corriente de 100 A en continua, que consume una carga (M) alimentada desde una fuente de valor *E* voltios. Entre ambas pletinas hay un separador que las mantiene a 1 mm de distancia.



AD Entre ambas pletinas hay fuerza de atracción.

**B**□ Entre ambas no hay campo magnético alguno (se entiende aproximadamente en la parte central por no considerar el efecto deformador de bordes).

**C** Entre ambas pletinas hay un cierto campo magnético B, que se reduce a la mitad si la distancia d entre pletinas pasa de 1 mm a 2 mm.

D□ En el punto de coordenadas (000) o sea, en el punto medio entre las dos placas, hay un campo en dirección vertical, de valor (el ancho de las pletinas es de 0,050 m):

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{100}{0,050}$$
 Teslas

## 1-5 Ley de la excitación total

Dos pletinas de cobre de  $50x1 \text{ mm}^2$ de sección recta, suficientemente largas y anchas para poder suponer que en en el origen de coordenadas se vean como si fuesen infinitas, constituyen los conductores de ida y vuelta de la corriente de 100 A en continua, que consume una carga (M) alimentada desde una fuente de valor *E* voltios. Ambas pletinas están separadas por un aislante de 1 mm de espesor.



En el origen de coordenadas hay un campo magnético:

AD Nulo.

- **B** En sentido del eje OY positivo.
- **C** En sentido del eje OY negativo.
- D□ En sentido del eje OZ negativo. 2

Entre ambas pletinas:

A□ Existe un esfuerzo de atracción por circular las dos corrientes de las pletinas en sentidos contrarios.

**B** Existe un esfuerzo de repulsión, por la misma razón.

**C** No hay ni atracción ni repulsión por no existir campo magnético alguno entre las dos pletinas, ya que el campo creado por una corriente queda contrarrestado por la otra.

**D** Ninguna de las tres anteriores sentencias es cierta.

#### 1-6 Ley de la excitación total

1

Dos pletinas de cobre de  $50x1 \text{ mm}^2$ de sección recta, suficientemente largas y anchas para poder suponer que en en el origen de coordenadas se vean como si fuesen infinitas, constituyen los conductores de ida y vuelta de la corriente de 100 A en continua, que consume una carga (M) alimentada desde una fuente de valor *E* voltios. Ambas pletinas están separadas entre sí 1 mm.



En un punto del eje OX positivo, muy próximo a la pletina de la derecha y situado a su derecha hay un campo magnético:

- AD Nulo.
- **B** En sentido del eje OZ positivo.
- **C** En sentido del eje OY negativo.
- D□ En sentido del eje OZ negativo.

#### Entre ambas pletinas:

A□ No hay ni atracción ni repulsión, por no existir campo magnético alguno entre las dos pletinas, ya que el campo creado por una corriente queda contrarrestado por la otra.

**B□** Existe un esfuerzo de repulsión, ya que corrientes circulando en sentidos contrarios se repelen.

C□ Existe un esfuerzo de atracción. D□ Ninguna de las tres anteriores sentencias es cierta.





El núcleo del solenoide de la figura tiene la misma permeabilidad que el aire.

El valor del campo magnético creado en distintos lugares por una corriente continua *i* es tal que en:

- A es mayor que en B
- BD B es mayor que en C
- CD C es mayor que en D
- **D** D es mayor que en E

Las direcciones de los campos magnéticos en los distintos puntos tienen sentidos de:

2

AD En A hacia el NE.

**B**En B hacia el centro.

**C** En C hacia el SW.

**D** En D perpendicular al plano del dibujo acercándose al observador (hacia fuera del papel).

3

Al dar la corriente *i* una vuelta circular a lo largo del toro, entrando por M y saliendo por N, forma una espira creando un pequeño campo a su alrededor (despreciable frente al campo del interior del solenoide).

Este pequeño campo va dirigido en el sentido:

AD En A hacia el NE.

**B** En A hacia dentro del papel.

**C** En D hacia dentro del papel.

D En D matemáticamente nulo.

1-8 Regla del sacacorchos



El núcleo del solenoide de la figura tiene la misma permeabilidad que el aire.

El valor del campo magnético creado en distintos lugares por una corriente continua *i* es tal que en:

AD E es menor que en D

- **BD** es menor que en C
- **C** C es menor que en B
- **D** B es menor que en A

Las direcciones de los campos magnéticos en los distintos puntos tienen sentidos de:

2

- A En A radial hacia el NW
- BD En B hacia el centro SE
- **C** En C hacia el SW.

D□ En D perpendicular al plano del dibujo acercándose al observador (hacia fuera del papel).

3

Al dar la corriente *i* una vuelta circular a lo largo del toro, entrando por M y saliendo por N, forma una espira creando un pequeño campo a su alrededor (despreciable frente al campo del interior del solenoide).

Este pequeño campo va dirigido en el sentido:

AD En A hacia el SW.

- **B** En A hacia dentro del papel.
- **C** En D matemáticamente nulo.

**D** En D hacia dentro del papel.

11

#### 2-1 Reluctancia magnética

El núcleo magnético de la figura es tal que la columna "A" tiene una sección  $S_A = 1 \text{ cm}^2$  y hay N<sub>A</sub> = 90 espiras, y la columna "B" tiene una sección  $S_B = 3 \text{ cm}^2$  y hay N<sub>B</sub> = 30 espiras. (Obs: tenga cuidado el lector en los sentidos de arrollamiento.) Haciendo circular una pequeña corriente por el conjunto de las dos bobinas, sin llegar a saturar el núcleo:



A□ Si el vector densidad de flujo BA en la columna "A" va dirigida hacia arriba, el vector BB de la columna "B" también va hacia arriba.

B□ Las densidades de flujo B<sub>A</sub> y B<sub>B</sub> respectivamente en las columnas A y B son iguales entre sí (en módulo).

C□ La excitación específica del campo HA en la columna "A" es tres veces superior a la HB de la columna "B"

D□ Los valores numéricos de las excitaciones específicas *H*<sub>A</sub> y *H*<sub>B</sub> son iguales entre sí.

Suponiendo los dos anillos de material magnético iguales y de reluctancia *R*<sub>m</sub> = 1 A/Wb:

2



A El flujo magnético en el anillo A es de  $\phi$  A = 0,5 Wb

**B** En el anillo B es de  $\phi$  B = 1 Wb **C**  $\phi$  B = 2  $\phi$  A

D Suma de los dos fjujos =2,5 Wb

#### 2-2 Reluctancia magnética

El núcleo magnético de la figura es tal que la columna "A" tiene una sección  $S_A = 1 \text{ cm}^2 \text{ y}$  hay NA =50 espiras, y la columna "B" tiene una sección  $S_B = 2 \text{ cm}^2 \text{ y}$  hay NB = 25 espiras. (Obs: tenga cuidado el lector en los sentidos de arrollamiento.) Haciendo circular una pequeña corriente por el conjunto de las dos bobinas, sin llegar a saturar el núcleo:

110



A□ Las excitaciones específicas de campo HA y HB en las columnas A y B, son iguales entre sí (en módulo).

B□ Los valores numéricos de las densidades de flujo B<sub>A</sub> y B<sub>B</sub> son iguales entre sí.

C□ Si el vector excitación específica de campo HA en la columna A va dirigida hacia abajo, el vector HB de la columna B también va hacia abajo.

D□ La densidad de flujo magnético BA en la columna A es el doble que la densidad BB de la columna B.

2

Suponiendo los dos anillos de material magnético iguales y de reluctancia *R*m = 0,25 A/Wb:



A□ El flujo magnético en el anillo B es de φ B = 4 Wb

**B** En el anillo A es de  $\phi$  A = 2 Wb

C Suma de los dos flujos =10 Wb

**DD** φ A = 0,5 φ B

## 2-3 Reluctancia magnética

Los tres aros de material magnético son iguales entre sí. Respecto a los flujos magnéticos:  $\phi_A$ ,  $\phi_B$  y  $\phi_C$  en cada uno de ellos puede decirse que:



Si en la anterior figura se realizase un corte en el anillo magnético A, formándose un entrehierro de tal modo que quede aumentada la reluctancia magnética del anillo A:

2



AD El flujo en C queda a su vez modificado.

**B**□ La suma de los tres flujos debe mantenerse, si se mantiene la corriente de excitación de 1 A, con o sin el corte en el anillo A.

**C** Al hacer el corte disminuye la corriente de 1 A que circula por el conductor eléctrico.

**D□** La suma de los tres flujos disminuye a pesar de mantener la corriente de 1 A.

#### 2-4 Reluctancia magnética

Los tres aros de material magnético son iguales entre sí. Respecto a los flujos magnéticos:  $\phi_A$ ,  $\phi_B$  y  $\phi_C$  en cada uno de ellos puede decirse que:

1



**B**  $\phi_{A} = \phi_{B} = 0,5 \ \phi_{C}$  **C**  $\phi_{C} = 2 \ \phi_{B}$ **D**  $(\phi_{A} - \phi_{B}) = 0,5 \ \phi_{C}$ 

Si en la anterior figura se realizase un corte en el anillo magnético A, formándose un entrehierro de tal modo que quede aumentada la reluctancia magnética del anillo A:

2



AD El flujo en A queda a su vez modificado.

**B**□ La suma de los tres flujos debe mantenerse, si se mantiene la corriente de excitación de 1 A, con o sin el corte en el anillo A.

**C** Al hacer el corte disminuye la corriente de 1 A que circula por el conductor eléctrico.

**D** Manteniendo la corriente de 1 A, la suma de los tres flujos aumenta por aumentar la reluctancia global.

#### 2.23.1<sup>a</sup>

#### Respuesta C 🗖

Si entra un flujo  $\boldsymbol{\Phi}$  en el nudo "A", por simetría de la red infinita, se distribuye en 6 partes iguales entre los 6 radios que parten desde "A" (Fig.1).



En cada uno de estos radios que parten de "A" se produce una caída de tensión magnética: N· $I = E = (\Phi/6) \cdot R$ .

Al ser iguales las caídas "A-B" y "A-C", los nudos "B" y "C" están al mismo potencial magnético, y por el tramo "B-C" no hay flujo, por lo que la sentencia FALSA es la  $\mathbf{C} \square$ .

#### 2.23.2ª

#### Respuesta C 🗖

Análogamente, si imaginamos que sale al exterior de la malla magnética un flujo  $\boldsymbol{\Phi}$  desde el nudo "B", se producen caídas de tensión en los radios que conducen al nudo "B". Aplicando el principio de superposición, si entra un flujo  $\boldsymbol{\Phi}$  por "A" y sale un flujo  $\boldsymbol{\Phi}$  por "B", en el tramo "A-B" hay un flujo  $\boldsymbol{\Phi}/6 + \boldsymbol{\Phi}/6$  y la caída es 2· ( $\boldsymbol{\Phi}/6$ ) ·  $R = E_{T}$ .

La reluctancia total entre los nudos "A" y "B" es pues:  $R_T = E_T / \Phi = (R / 3)$ .

#### 2.23.3ª

#### Respuesta D 🗖

La malla total entre "A" y "B" la podemos imaginar como una reluctancia de valorX con extremos en "A" y "B", equivalente a toda la malla completa excepto el tramo "A-B" de reluctancia R también con extremos en "A" y "B" (Ver Fig.2).

La R<sub>T</sub> entre "A" y "B" es la "reluctancia total de la malla entera" vista entre "A" y "B", que es la de las dos ramas consideradas en la Fig 2 en paralelo.

Si coloco una bobina en el tramo "A-B", la reluctancia de su circuito es X + R, es decir, las dos ramas en serie. Planteando las ecuaciones, permite calcular X =  $R \cdot R_T / (R - R_T)$ , y con ello responder a las preguntas.

2.24.1 <sup>a</sup>	Respuesta	в 🗖
2.24.2 <sup>a</sup>	Respuesta	в 🗖
2.24.3 <sup>a</sup>	Respuesta	Α 🗖

#### 3-1 Inductancia mutua

Considerando sólo las reluctancias magnéticas de los entrehierros, supuestas todas ellas R m= 1 A/Wb:

11



Los números de espiras N<sub>B</sub> y N<sub>C</sub> de las columna central "B" y derecha "C" del circuito eléctrico de la figura son respectivamente:

**A**  $N_{\rm B} = 1.5$  y  $N_{\rm C} = 1$  **B**  $N_{\rm B} = 1.5$  y  $N_{\rm C} = 0.5$  **C**  $N_{\rm B} = 2$  y  $N_{\rm C} = 1$ **D**  $N_{\rm B} = 2$  y  $N_{\rm C} = 0$ 

Si circula una intensidad / por el circuito X1.X2, los flujos en las columnas A y C son tales que:

**A**  $\Phi_{A} = -0.5\Phi_{B}$  y  $\Phi_{C} = -0.5\Phi_{B}$  **B**  $\Phi_{A} = -0.75\Phi_{B}$  y  $\Phi_{C} = -0.25\Phi_{B}$  **C**  $\Phi_{A} = -\Phi_{B}$  y  $\Phi_{C} = 0$ **D**  $\Phi_{A} = -1.5\Phi_{B}$  y  $\Phi_{C} = 0.5\Phi_{B}$ 

La inductancia total *L* del circuito visto desde X1.X2 es de

**A** L = 1,5 H **C** L = 6 H **D** L = 2,67 H **D** L = 10 H

La energía almacenada  $W = (1/2) \cdot L \cdot I^2$ en el circuito magnético, con una corriente I está concentrada en A Entrehierros

BD Hierro

CD Cobre de la bobina

D
En todas partes en donde hay flujo

#### 3-2 Inductancia mutua

Considerando sólo las reluctancias magnéticas de los entrehierros, supuestas todas ellas R m= 1 A/Wb:

111



Los números de espiras N<sub>B</sub> y N<sub>C</sub> de las columna central "B" y derecha "C" del circuito eléctrico de la figura son respectivamente:

$\mathbf{AD} N_{\mathrm{B}} = 1$	У	$N_{\rm C} = 1$
$B \square N_B = 1$	У	$N_{\rm C} = 2$
$D = N_{B} = 1,5$	У	$N_{\rm C} = 0.5$
$D \square N_B = 2$	У	$N_{\rm C} = 1$
8	2	

Si circula una intensidad / por el circuito X1.X2, los flujos en las columnas A y C son tales que:  $A \square \Phi_A = -0.5 \Phi_B \ y \ \Phi_C = -0.5 \Phi_B$ 

 $B \square \phi_{A} = 0,25 \phi_{B} \text{ y } \phi_{C} = -1,25 \phi_{B}$  $C \square \phi_{A} = 0 \text{ y } \phi_{C} = -\phi_{B}$  $D \square \phi_{A} = -2,5 \phi_{B} \text{ y } \phi_{C} = 1,5 \phi_{B}$ 

La inductancia total L del circuito visto desde X1.X2 es de

	L =	2	н	1	вП	L =	4,67	н
сП	L =	6	н	1	D	L =	10 H	
_				- A i	_			_

La energía almacenada  $W = (1/2) \cdot L \cdot l^2$ en el circuito magnético, con una corriente l está concentrada en

- A Cobre de la bobina
- BD Hierro

CD Entrehierros

D
En todas partes en donde hay flujo

### 3-3 Inductancia mutua

Considerando sólo las reluctancias magnéticas de los entrehierros, supuestas las tres de  $R_m$ = 1 A/Wb:



Si la bobina A tiene  $N_A = 4$  espiras, la bobina "A" tiene una inductancia:

**A**  $L_A = 16 \text{ H}$  **B**  $L_A = 10,67 \text{ H}$ **C**  $L_A = 4 \text{ H}$  **D**  $L_A = 2,67 \text{ H}$ 

La inductancia  $L_A$  es la suma de dos componentes,  $L_A = L_{\sigma AB} + L_{pAC}$ , debidos respectivamente al flujo que se establece en la columna central B, considerado disperso, y el que pasa por la columna C, considerado principal. Estos dos flujos están en: **A** Relación  $\Phi_{\sigma AB}/\Phi_{pAC} = 3$ **B** Relación  $\Phi_{\sigma AB}/\Phi_{pAC} = 1$ 

**C** Relación  $\Phi_{\sigma AB}/\Phi_{pAC} = 1/3$ 

**D** Relación  $\Phi_{\sigma AB} / \Phi_{pAC} = 1/4$ 

La inducción mutua entre las dos bobinas, que son iguales, es de:  $\mathbf{A} \square M_{AC} = M_{CA} = M = L_A$   $\mathbf{B} \square M_{AC} = M_{CA} = M = 0.5 \cdot L_A$ .  $\mathbf{C} \square M_{AC} = M_{CA} = M = 0.25 \cdot L_A$   $\mathbf{D} \square M_{AC} = M_{CA} = M = (1/16) \cdot L_A$ 4

Conectadas las dos bobinas en serie aditiva, la inductancia total  $L_{(A+C)}$  es

**A** $\Box$   $L_{(A+C)}$ = 8 H **B** $\Box$   $L_{(A+C)}$ =12 H **C** $\Box$   $L_{(A+C)}$ =24 H **D** $\Box$   $L_{(A+C)}$ =32 H

#### 3-4 Inductancia mutua

Considerando sólo las reluctancias magnéticas de los entrehierros, supuestas las tres de  $R_m$ = 2 A/Wb:

1



Si la bobina A tiene N<sub>A</sub> = 6 espiras, la bobina "A" tiene una inductancia: **A**  $L_A$  = 12 H **B**  $L_A$  = 10,67 H **C**  $L_A$  = 8 H **D**  $L_A$  = 4 H

2

La inductancia  $L_A$  es la suma de dos componentes,  $L_A = L_{\sigma AC} + L_{pAB}$ , debidos respectivamente al flujo que se establece en la columna de la derecha C, considerado disperso, y el que pasa por la columna B, considerado principal. Estos dos flujos están: **A** En relación  $\Phi_{\sigma AC}/\Phi_{pAB} = 1/4$ **B** En relación  $\Phi_{\sigma AC}/\Phi_{pAB} = 1/3$ **C** En relación  $\Phi_{\sigma AC}/\Phi_{pAB} = 1$ **D** En relación  $\Phi_{\sigma AC}/\Phi_{pAB} = 3$ 

La inducción mutua entre las dos bobinas, que son iguales, es de:  $A \square M_{AB} = M_{BA} = M = L_A$   $B \square M_{AB} = M_{BA} = M = 0.5 \cdot L_A$ .  $C \square M_{AB} = M_{BA} = M = 0.25 \cdot L_A$  $D \square M_{AB} = M_{BA} = M = (1/16) \cdot L_A$ 

Conectadas las dos bobinas en serie aditiva, la inductancia total  $L_{(A+B)}$  es

**A** 
$$L_{(A+B)} = 36$$
 H **B**  $L_{(A+B)} = 12$  H  
**C**  $L_{(A+B)} = 4$  H **D**  $L_{(A+B)} = 2$  H

## 4-3 Reactancia con entrehierro

La Fig 1 es la característica magnética del material con el que se construye el núcleo de la reactancia de la Fig 2. En este núcleo se le practica un entrehierro de  $\delta = 1$  cm.



La pletina de cobre de 10x40 mm2 del bobinado admite corrientes de 1400 A en régimen permanente.

Con corriente contínua I = 10 A, se comporta como una inductancia L de valor aproximado:

A 
$$\Box$$
 L = 125 H B  $\Box$  L = 1,25 H  
C  $\Box$  L = 0,12 H D  $\Box$  L = 0,12 mH  
2  
Con un flujo en el entrehierro:  
A  $\Box$   $\Phi$  = 125 Wb B  $\Box$   $\Phi$  = 1,25 Wb  
C  $\Box$   $\Phi$  = 0,12Wb D  $\Box$   $\Phi$  = 0,12 mWb  
3  
Con corriente continua I = 1000 A,  
se comporta como una inducctancia  
L de valor aproximado:  
A  $\Box$  L = 125 H B  $\Box$  L = 1,25 H  
C  $\Box$  L = 0,12 H D  $\Box$  L = 0,12 mH  
4  
Con corriente I = 10 A, 50 Hz, la  
energía almacenada en el campo  
magnético es alterna senoidal de:  
A  $\Box$  50 Hz y valor medio cero  
B  $\Box$  100 Hz y valor medio cero  
C  $\Box$  50 Hz y siempre positiva

**DI** 100 Hz y siempre positiva

#### 4-4 Reactancia con entrehierro

La Fig 1 es la característica magnética del material con el que se construye el núcleo de la reactancia de la Fig 2. En este núcleo se le practica un entrehierro de  $\delta = 1$  cm.

1



La pletina de cobre de 10x40 mm2 del bobinado admite corrientes de 1500 A en régimen permanente.

Con corriente contínua I = 10 A, aparece un flujo en el entrehierro:

**A**  $\Phi = 0,12$ mWb **B**  $\Phi = 0,12$  Wb **C**  $\Phi = 1,25$  Wb **D**  $\Phi = 125$  Wb 2

Y se comporta como una inductancia *L* de valor aproximado:

**A** 
$$\Box$$
 L = 0,12 mH  
**C**  $\Box$  L = 1,25 H  
**D**  $\Box$  L = 1,25 H  
3

Con corriente continua I = 1200 A, se comporta como una inducctancia L de valor aproximado:

**A** 
$$L = 0,12 \text{ mH}$$
  
**B**  $L = 0,12 \text{ H}$   
**D**  $L = 0,12 \text{ H}$   
**D**  $L = 1,25 \text{ H}$ 

Con corriente I = 10 A, 50 Hz, la energía almacenada en el campo magnético es alterna senoidal de:

A 100 Hz y valor medio cero

B□ 50 Hz y valor medio cero C□ 100 Hz y siempre positiva

**D** 50 Hz y siempre positiva

4-5 Reactancia con entrehierro

Se dispone de una reactancia con los siguientes datos constructivos y características: Entrehierro  $\delta = 1 \text{ cm}$ , sección de núcleo S = 100 cm2, 10 espiras de 400 mm2,

inductancia L = 0,125 mH,

I = 1200 amperios nominales.



Sustituyendo labobina de 10 espiras de 400 mm2 por otra de 40 espiras de 100 mm2, se logran:

**A** L' = 0,25 m H **B** L' = 0,50 m H **D** L' = 2,00 mH2

Y con esta nueva bobina, la intensidad nominal de la inductancia es:

**A** I' = 4800 A **C** I' = 600 A **B** I' = 2400 A **D** I' = 300 A3

Si reducimos el entrehierro un 10 % (lo pasamos a 0,90 cm), los nuevos datos nominales de la nueva reactancia son válidos (sin incrementar densidades de corriente y flujo).

**A**  $\Box$  *L*'' = 1,23 *L* y *I*'' = 1,00 *I*  **B**  $\Box$  *L*'' = 1,11 *L* y *I*'' = 1,00 *I*  **C**  $\Box$  *L*'' = 1,23 *L* y *I*'' = 0,90 *I*  **D**  $\Box$  *L*'' = 1,11 *L* y *I*'' = 0,90 *I* 4

Si se dobla la sección del núcleo conservando la I, se conserva la B en el entrehierro, calentamiento y:

$$\mathbf{A} \square L''' = 2 L \qquad \mathbf{B} \square L''' = 4 L \\ \mathbf{C} \square \Phi''' = \Phi \qquad \mathbf{D} \square \Phi''' = 4 \Phi$$

4-6 Reactancia con entrehierro

Se dispone de una reactancia con los siguientes datos constructivos y características: entrehierro  $\delta$  = 1 cm, sección de núcleo S = 100 cm2, 10 espiras de 400 mm2, inductancia *L* = 0,12 mH,

I = 1200 amperios nominales.



Sustituyendo la bobina de 10 espiras de 400 mm2 por otra de 20 espiras de 200 mm2, se logran:

**A**□ *L*' = 0,24 m H **B**□ *L*' =0,48 m H **C**□ *L*' = 0,96 mH **D**□ *L*' = 1,92 mH 2

Y con esta nueva bobina, la intensidad nominal de la inductancia es:

**A** I' = 4800 A **B** I' = 2400 A **D** I' = 300 A**3** 

Aumentando el entrehierro un 10 % (lo pasamos a 1,10 cm), los nuevos datos nominales de la nueva reactancia son válidos (sin incrementar densidades de corriente y flujo).

<b>A□</b> <i>L</i> '' = 1,10 <i>L</i>	у	<i>I</i> ''= 1,10 <i>I</i>
B <b>□</b> <i>L</i> '' = 0,91 <i>L</i>	у	<i>I</i> ''= 1,00 <i>I</i>
<b>C</b> □ <i>L</i> '' = 0,83 <i>L</i>	у	<i>I</i> ''= 0,91 <i>I</i>
<b>D□</b> <i>L</i> '' = 0,83 <i>L</i>	y	<i>I</i> ' '= 1,00 <i>I</i>
4		

Reduciendo a su mitad la sección del núcleo y conservando la I, se conservan las B, calentamiento y:

**A** 
$$\Box$$
  $L''' = L$   
**B**  $\Box$   $L''' = 0,25 L$   
**D**  $\Phi''' = 0,5 \Phi$ 

5-1 Circ.magn. con senoidales

Una corriente alterna senoidal *i* de 50 Hz produce entre los puntos A y B una caída de tensión *u* AB.

11



Doblando el número n de espiras de la bobina y manteniendo la corriente *i*, la nueva caída de tensión *u'* AB que se produce, prácticamente:

A□ Es cuatro veces mayor por doblarse el flujo y doblar el número de espiras n, y la f.e.m. inducida es proporcional a ambos conceptos.

B□ Se dobla por ser doble el número de espiras, y mantenerse el flujo.

C Se mantiene, ya que con doble número de espiras e igual corriente, la tensión por espira se divide por 2.

D Se dobla, porque la caída de tensión por espira es siempre la misma, si el núcleo no varía de sección, y al doblar el número "n" de espiras, dobla la caída de tensión.

2

Doblando la sección del núcleo magnético y manteniendo el valor de la corriente *i*, la nueva caída *u*'AB de tensión, prácticamente:

AD Se reduce a la mitad, por quedar también reducida a la mitad la inducción magnética B en el núcleo, y la f.e.m. inducida es proporcional a la B

B□ Se mantiene, por mantenerse el flujo total magnético, ya que se mantiene la excitación total (n.*i*).

CD Se dobla, ya que dobla el flujo, por ser doble también la sección del núcleo magnético.

D
Es cuatro veces mayor por doblarse el flujo y la caída de tensión varía en proporción al cuadrado del flujo

#### 5-2 Circ.magn. con senoidales

Una corriente alterna senoidal *i* de 50 Hz produce entre los puntos A y B una caída de tensión *u* AB.

II 1 I



Reduciendo a la mitad el número de espiras y manteniendo el valor de la corriente *i*, la nueva caída de tensión *u* 'AB que se produce:

AD Se reduce a la mitad, ya que el flujo es la mitad aúnque el núcleo no varía de sección, y queda dividida por dos la caída de tensión.

BD Se reduce a la mitad, por ser la mitad el número de espiras n.

**C** Se mantiene, ya que al existir mitad de número de espiras n y mantener la corriente *i*, la tensión por espira debe ser el doble.

D Se reduce a una cuarta parte, por ser la mitad tanto el flujo como el número de espiras y la fem inducida es proporcional a ambos conceptos.

2

Reduciendo a la mitad la sección del núcleo magnético y manteniendo la corriente *i*, la nueva caída *u'* AB de tensión prácticamente:

A Es una cuarta parte, por reducirse a la mitad el flujo y la caída de tensión varía con el cuadrado del flujo.

BD Es la mitad, ya que el flujo ha quedado reducido a la mitad, al serlo la sección del núcleo.

C□ Se mantiene, por mantenerse el flujo en el núcleo magnético, ya que se mantiene la excitación total (n.i).

D Queda doblada, por quedar también doblada la densidad de flujo B en el núcleo, y la f.e.m. inducida es proporcional a la densidad *B* de flujo

## 5-3 Circuitos magnéticos en serie

Se trabaja con corrientes senoidales a 50 Hz y siempre antes del codo de saturación magnética.



Con la pieza de hierro P colocada eliminando el entrehierro, la corriente  $i_A$  produce la caída de tensión  $u_{AB}$ :

A□ Sacando la pieza P, la caída de tensión es mucho mayor por aumentar la reluctancia magnética.

**B** Sacando la pieza P de hierro, la caída de tensión continúa siendo la misma por continuar manteniéndose la corriente y por lo tanto la excitación magnética:  $\theta = n \cdot i_A$ 

**C** Doblando la frecuencia, la caída de tensión  $u'_{AB}$  es doble, ya que en

valores eficaces se cumple que:

 $U'_{AB} = 2\pi \cdot f \cdot L \cdot I'_{A}$ 

**D** Doblando la frecuencia de la corriente y manteniendo su valor eficaz, la caída de tensión se mantiene porque se reduce a la mitad el flujo en el núcleo pero al ser doble la frecuencia, la  $d\Phi/dt$  se mantiene constante.

Sacando la pieza P, o sea, i , or re ilher t ne aumenta: A La caída de tensión. B La potencia reactiva Q absorbida de red de alimentación. C Las pérdidas por histéresis.

2

**D** El factor de potencia o cos  $\varphi$ 

### 5-4 Circuitos magnéticos en serie

Se trabaja con corrientes senoidales a 50 Hz y siempre antes del codo de saturación magnética.



Con la pieza de hierro P levantada dejando un entrehierro, la corriente  $i_A$  produce la caída de tensión  $u_{AB}$ :

A□ Bajando la pieza P, la caída de tensión es mucho menor por disminuir la reluctancia magnética.

**B** Bajando la pieza P de hierro, la caída de tensión continúa siendo la misma por continuar manteniéndose la corriente y por lo tanto la excitación magnética:  $\theta = n \cdot i_A$ 

**C** Reduciendo la frecuencia se reduce la caída de tensión  $u'_{AB}$  ya

que en valores eficaces se cumple:  $U'_{AB} = 2\pi \cdot f \cdot L \cdot I'_{A}$ 

**D** Reduciendo a su mitad la frecuencia de la corriente, la caída de tensión se mantiene porque se dobla el flujo en el núcleo, pero al ser doble también el período de la senoide de corriente, la  $d\Phi/dt$  se mantiene constante.

Colocando la pieza P, o sea, eliminando el entrehierro, disminuye: A Las pérdidas por histéresis en el hierro del circuito magnético.

2

**B** El factor de potencia o cos  $\varphi$ 

**C** La caída de tensión.

**D**La potencia reactiva Q absorbida de red de alimentación.

#### 5-5 Permeancia magnética 1

Un conductor infinito "C" que pasa por el interior de un anillo toroidal de radios "a" y "b", ancho "h" y  $\mu\mu_o$  de permeabilidad, está recorrido por una corriente de valor eficaz I senoidal de valor temporal  $i = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \omega t$ .



La permeancia magnética  $\Lambda$  del anillo toroidal expresada en  $[A^{-1}\cdotWb]$  es: **A**  $\square$   $\Lambda = \mu \mu_0 (h/2\pi) \cdot ln(b/a)$ 

 $\mathbf{B} \square \Lambda = \mu \mu_0 \left( \mathbf{\Phi} / I \right)$ **C**  $\Lambda = \mu \mu_0 [2\pi \cdot (a+b)/2] / [(b-a) \cdot h]$  $\mathbf{D}\mathbf{\Box} \Lambda = (1/\mu\mu_{\rm O}) \cdot (\boldsymbol{\Phi}/I)$ 2

El valor numérico de la inductancia L<sub>c</sub> expresada en "H" del conductor "C" de longitud infinita, debida al anillo toroidal magnético de permeancia  $\Lambda$ 

y expresada en  $[A^{-1}\cdot Wb]$  vale: A  $\Box L_c = \Lambda$ **BI**  $L_c = 1/\Lambda$ **C**  $L_c = \Lambda \cdot di/dt$ **D**  $L_c = \mu \mu_0 \cdot [2\pi \cdot (a+b)/2] \cdot h$ 3

El valor del coeficiente de inducción mutuo entre el conductor "C" y la bobina "N" expresado en "H" es:  $\mathbf{B} \square M = \Lambda \cdot \sqrt{\mathbf{N}}$ **A** $\square$  *M* =  $\mu\mu_0 \cdot \sqrt{N}$  $\mathbf{C} \square M = \mu \mu_{\mathbf{O}} \cdot \Lambda \cdot \sqrt{\mathbf{N}} \quad \mathbf{D} \square M = \Lambda \cdot \mathbf{N}$ 

#### 5-6 Permeancia magnética

1

Un conductor infinito "C" que pasa por el interior de un anillo toroidal de radios "a" y "b", ancho "h" y  $\mu\mu_o$  de permeabilidad, esta recorrido por una corriente de valor eficaz I senoidal de valor temporal  $i = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \omega t$ .



La reluctancia magnética **R** del anillo toroidal expresada en [A/Wb] es:

**AIR** =  $[\mu\mu_0] \cdot [(b-a) \cdot h] / [2\pi(a+b)/2]$  $\mathbf{B} \, \mathbf{\Pi} \, \mathbf{R} = (1/\mu\mu_{o}) \cdot (\mathbf{\Phi}/I)$ **C** $\square$  **R** = (1/µµ<sub>0</sub>)· (2 $\pi$ /h)· (1/ln (b/a))  $\mathbf{D}\mathbf{\Box}\mathbf{R} = \mu\mu_{0}\left(\mathbf{\Phi}/I\right)$ 

El valor numérico del coef, de inducción mutuo entre el conductor "C" y la bobina "N" en "H" es:  $\mathbf{A} \square M = \mu \mu_0 \cdot \sqrt{N}$ **B□** *M* = *R***·√ N**  $\mathbf{C} \square M = \mu \mu_{0} \cdot \mathbf{R} \cdot \sqrt{N} \quad \mathbf{D} \square M = N/\mathbf{R}$ 

2

3 El valor numérico de la inductancia Lc expresada en "H" del conductor "C" de longitud infinita, debida al anillo toroidal de reluctancia magnética R y expresada en [A/Wb] vale:

A 
$$\square$$
  $L_c = R$  B  $\square$   $L_c = 1/R$   
C  $\square$   $L_c = R \text{ d}i/\text{d}t$   
D  $\square$   $L_c = \mu\mu_0 \cdot [2\pi \cdot (a+b)/2] \cdot h$