

POLITEXT

Lluís Prat Viñas  
Josep Calderer Cardona

# Dispositius electrònics i fotònics. Fonaments

EDICIONS UPC

# **Dispositius electrònics i fotogrònics. Fonaments**

POLITEXT

Lluís Prat Viñas  
Josep Calderer Cardona

# Dispositius electrònics i fotònics. Fonaments

EDICIONS UPC

## INDEX

### Capítol 1: Propietats elèctriques dels semiconductors

1.1 Materials semiconductors.....	11
1.2 Concentracions de portadors en equilibri. El nivell de Fermi.....	26
1.3 Corrents en semiconductors .....	36
1.4 Equacions de continuïtat.....	46
1.5 Camps i càrregues en un semiconductor.....	56
1.6 Diagrama de bandes d'energia d'un semiconductor.....	62
Apèndix 1.1: Efectes d'alt dopatge.....	68
Apèndix 1.2: Algunes implicacions de la naturalesa quàntica de l'electró.....	69
Problemes proposats .....	73
Formulari del capítol 1.....	74

### Capítol 2: La junció PN

2.1 Diagrama de bandes d'energia i efecte rectificador.....	77
2.2 Anàlisi de la zona de càrrega d'espai.....	84
2.3 Distribució de portadors i de corrent en règim permanent.....	92
2.4 Característica corrent tensió del díode .....	102
2.5 Model dinàmic del díode .....	112
2.6 El díode en commutació i en petit senyal.....	121
2.7 Contactes metall semiconductor .....	125
2.8 El díode d'heterojunció.....	135
Apèndix 2.1: La velocitat de recombinació superficial .....	139
Problemes proposats.....	140
Formulari del capítol 2.....	141

### Capítol 3: Tecnologia de fabricació

3.1 Integració d'un circuit en silici.....	145
3.2 Etapes de processos de fabricació .....	155
3.3 Seqüència d'etapes de fabricació d'un circuit integrat .....	173
Notes per una perspectiva històrica.....	178

### Capítol 4: Dispositius optoelectrònics

4.1 Radiació electromagnètica i semiconductors.....	183
4.2 Dispositius receptors de radiació: fotoconductors, fotodíodes i cèl·lules fotovoltaïques .....	196

4.3 Dispositius emissors de radiació: LEDs i lasers.....	213
4.4 Altres dispositius optoelectrònics: CCDs, fibre òptiques, LCDs.....	228
Problemes proposats .....	237
Formulari del capítol 4.....	238

## Capítol 5: El transistor bipolar

5.1 Introducció.....	241
5.2 El transistor bipolar ideal en règim permanent.....	250
5.3 El transistor bipolar real.....	262
5.4 El transistor bipolar en règim dinàmic .....	274
5.5 El transistor bipolar com amplificador .....	284
5.6 Altres transistors bipolars: El transistor bipolar d'heterojunció, el fototransistor, el transistor PNP .....	294
Problemes proposats .....	301
Formulari del capítol 5.....	302

## Capítol 6: Transistors d'efecte de camp

6.1 Electroestàtica del sistema metall-òxid-semiconductor .....	303
6.2 El transistor MOS en polarització contínua .....	325
6.3 Símbols circuitals .....	334
6.4 Tecnologia MOS.....	337
6.5 Efectes no ideals en transistors MOS .....	342
6.6 Capacitats en el transistor MOS .....	350
6.7 Model dinàmic del transistor MOS .....	354
6.8 Altres transistors d'efecte de camp: el MESFET i el JFET .....	359
Apèndix 6.1: Relació entre càrrega i potencial en el semiconductor .....	374
Apèndix 6.2: Models SPICE per transistors MOS.....	376
Problemes proposats .....	378
Formulari capítol 6.....	379

## Apèndix

A. Resolució d'equacions diferencials.....	383
B. Constants, unitats i paràmetres .....	388
C. El qüestionari interactiu DELFOS .....	389

Index alfabètic .....	393
-----------------------	-----

**1**

# **Propietats elèctriques dels semiconductors**

L'objectiu d'aquest capítol es introduir el lector en el coneixement dels semiconductors i de les seves propietats elèctriques fonamentals que permetin emprendre en els propers capítols l'estudi dels dispositius electrònics realitzats amb semiconductors, que és, en definitiva, l'objectiu d'aquest llibre. Es comença per una breu descripció dels semiconductors i el seu dopatge fent especial èmfasi en el silici. Després s'estudia una propietat d'importància fonamental, com és la quantitat de càrregues mòbils que poden transportar corrent en el semiconductor, i que s'anomenen *portadors*. S'analitzen els mecanismes pels quals aquests portadors indueixen un corrent elèctric, i s'arriba a la formulació d'una equació d'importància clau en el dispositius semiconductors, l'equació de continuïtat. Finalment es presenta el lligam entre càrregues, camps elèctrics, potencial i bandes d'energia que permetran emprendre, en el capítol següent, l'estudi de la junció PN, estructura bàsica per fer dispositius.

## 1.1 MATERIALS SEMICONDUCTORS

### 1.1.1 Introducció

Els materials semiconductors ocupen una posició intermèdia en l'escala de conductivitats, entre els conductors i els aïllants. La resistivitat dels bons conductors, com el coure, és de l'ordre de  $10^{-6} \Omega\cdot\text{cm}$ , la dels bons aïllants supera els  $10^{12} \Omega\cdot\text{cm}$ , mentre que la dels semiconductors ocupa pràcticament tot l'interval limitat pels dos valors anteriors. Els primers estudis sobre semiconductors foren realitzats per Tomas Seebeck el 1821, i les primeres aplicacions es deuen a Werner von Siemens (1875, fotòmetre de seleni) i a Alexander Graham Bell (1878, sistema de comunicació telefònica). Però aquests materials no van tenir un paper important en el món de l'electrònica fins el 1947, quan fou descobert el transistor bipolar. D'aleshores ençà, els noms electrònica i semiconductors han anat indissolublement lligats.

A la taula 1.1 es mostra una part de la taula periòdica on apareixen els principals semiconductors. A cada cel·la s'indica el nombre atòmic de l'element. Recordeu que els elements de la columna II tenen dos electrons de valència, mentre que els de la columna III en tenen tres, i així successivament.

II	III	IV	V	VI
<sup>4</sup> Be	<sup>5</sup> B	<sup>6</sup> C	<sup>7</sup> N	<sup>8</sup> O
<sup>12</sup> Mg	<sup>13</sup> Al	<sup>14</sup> Si	<sup>15</sup> P	<sup>16</sup> S
<sup>30</sup> Zn	<sup>31</sup> Ga	<sup>32</sup> Ge	<sup>33</sup> As	<sup>34</sup> Se
<sup>48</sup> Cd	<sup>49</sup> In	<sup>50</sup> Sn	<sup>51</sup> Sb	<sup>52</sup> Te
<sup>80</sup> Hg	<sup>81</sup> Tl	<sup>82</sup> Pb	<sup>83</sup> Bi	<sup>84</sup> Po

Taula 1.1 Part de la taula periòdica on figuren els elements que juguen un paper important a l'electrònica de semiconductors

A la taula 1.2 es mostren els principals semiconductors utilitzats actualment en aplicacions electròniques. Observeu que hi ha semiconductors simples com el silici (Si) i el germani (Ge), i semiconductors compostos. Entre aquests hi ha els binaris IV-IV, III-V i II-VI, formats per una parella d'elements procedents cadascun d'ells d'una de les columnes indicades, i els aliatges constituïts per tres o més elements, com ara els compostos ternaris i els quaternaris. En aquests compostos, x i y indiquen el tant per u de l'element considerat.

Tipus de semiconductors	Exemples
Semiconductors simples	Si, Ge
Semiconductors compostos IV-IV	SiC, SiGe
Semiconductors compostos III-V	GaAs, GaP, GaSb, AlAs, AlP, AlSb, InAs, InP, InSb
Semiconductors compostos II-VI	ZnS, ZnSe, ZnTe, CdS, CdSe, CdTe
Aliatges	$Al_xGa_{1-x}As$ , $GaAs_{1-x}P_x$ , $Hg_{1-x}Cd_xTe$ , $Ga_xIn_{1-x}As_{1-y}P_y$

Taula 1.2. Tipus de semiconductors utilitzats en aplicacions electròniques

El semiconductor més utilitzat en l'electrònica actual és el silici (en un percentatge superior al 95%), però els semiconductors compostos comencen a jugar un paper cada cop més significatiu en aplicacions d'alta velocitat i optoelectrònica. Per aquest motiu, en aquest llibre considerarem el silici com el semiconductor de referència si no s'indica explícitament una altra cosa.

### 1.1.2 Estructura cristal·lina

Un semiconductor es diu *amorf* quan els seus àtoms no segueixen cap ordenació espacial més enllà d'uns pocs àtoms. Al contrari, quan tots els àtoms estan perfectament ordenats, seguint una estructura bàsica repetida indefinidament en les tres direccions de l'espai, es diu que és un *monocrystal·lina*. Quan el material està constituït per un aglomerat de grans cristal·lins es diu que presenta una estructura *poli-cristal·lina*.

El silici es un element que té 14 electrons, com indica el seu nombre atòmic. Deu d'aquests electrons ocupen òrbites molt properes al nucli i estan tan lligats amb aquest que pràcticament no canvien el seu estat en les interaccions normals entre àtoms. No passa el mateix amb els quatre més externs, que són anomenats electrons de valència, que participen activament en les interaccions amb els altres àtoms. Per aquest motiu es diu que el silici és un àtom tetravalent.

Quan el silici forma un monocrystal·lina cada àtom s'uneix amb quatre àtoms veïns mitjançant quatre enllaços covalents en les direccions mostrades en la figura 1.1.a. Un enllaç covalent està format per una parella d'electrons compartits pels dos àtoms. En el silici cadascun dels àtoms units aporta un electró de valència per formar l'enllaç. Aquesta estructura bàsica es repeteix en tot l'espai, tal com es mostra en la figura 1.1.b, en la qual es representa la cel·la bàsica del silici. Com es pot observar, cada àtom de la cel·la bàsica està unit a quatre àtoms veïns mitjançant quatre enllaços covalents seguint l'estructura de la figura 1.1a.



**2**

# **La junció PN**

La majoria de dispositius semiconductors utilitzats en electrònica contenen regions de tipus P i regions de tipus N. Les propietats dels contactes entre els dos tipus de zones, anomenats juncions PN, són fonamentals en el funcionament del dispositiu. Com a exemples, un díode és un dispositiu format per una sola junció; un transistor tant si és bipolar com MOS en conté almenys dues, etc. Dedicarem aquest capítol a l'estudi del comportament de la junció PN.

Després d'una descripció qualitativa del funcionament d'una junció PN, dedicarem la major part del capítol a l'anàlisi quantitativa fent servir un model simple. Començarem per l'estudi del sistema en equilibri, continuarem per l'avaluació de corrents quan apliquem tensions contínues i passarem després a veure l'efecte de les tensions depenents del temps (efectes dinàmics). Tot i que centrarem el nostre estudi en juncions on la regió P i la N són del mateix semiconductor (homojuncions), discutirem també les característiques de les heterojuncions, formades per dos semiconductors diferents. Acabarem el capítol presentant el comportament dels contactes entre un metall i un semiconductor i discutint les característiques que han de tenir els contactes que actuen de terminals d'un dispositiu (contactes òhmics).

## 2.1 LA JUNCió PN: BANDES D'ENERGIA I EFECTE RECTIFICADOR

### 2.1.1 Hipòtesis inicials del model

Una junció PN és un cristall semiconductor únic, amb una regió dopada amb impureses acceptores i una altra amb impureses donadores. Quan els dopatges són homogenis a l'interior de cada regió, amb un pla de separació entre elles, aleshores parlarem de *junció abrupta*. Si el canvi de dopatge és progressiu, es parla de *junció gradual*. Centrem el nostre estudi en juncions abruptes i anomenarem  $N_A$  la concentració d'impureses acceptores de la regió P, mentre que  $N_D$  serà el nivell de dopatge de la regió N. Suposarem que per a aquestes impureses es compleix la condició d'ionització total.

Considerarem vàlides les principals hipòtesis que ens han permès dur a terme l'estudi dels semiconductors del capítol primer, particularment que els semiconductors són no degenerats i que es mantenen les condicions de baixa injecció. D'altra banda, simplifiquem el nostre treball fent servir un model unidimensional: les variables que utilitzarem depenen d'una sola coordenada mesurada en la perpendicular al pla de la junció però no de les altres dues coordenades.

### 2.1.2 El diagrama de bandes

La figura 2.1 representa el símbol, l'estructura i el diagrama de bandes en equilibri de la junció PN. Cal recordar aquí que el nivell de Fermi,  $E_f$ , és constant en equilibri tèrmic. La deformació dels nivells  $E_c$  i  $E_v$  (i amb ells  $E_{fi}$ ) indica que hi ha un camp elèctric en el sentit de dreta a esquerra en la regió de transició, és a dir, un camp que va de la regió N cap a la P. Tal com s'ha descrit en el capítol 1, aquest camp elèctric confina els portadors majoritaris en les regions respectives: els electrons en la regió N i els forats en la P. Només poden passar a l'altra regió aquells portadors que tenen prou energia per superar l'esglaió representat per la curvatura de les bandes (en equilibri, una energia cinètica més gran que  $qV_{bi}$ ). Atès el valor que acostuma a tenir aquesta barrera, el percentatge de portadors que la poden superar és molt petit.

Distingirem tres regions en la junció PN: la regió neutra P, on el camp elèctric és nul i on hi ha, per tant, neutralitat de càrrega, la zona de càrrega d'espai (ZCE) o regió de transició entre P i N, on hi ha un camp elèctric intens produït per un dipol de càrrega d'espai i, finalment la zona neutra N. Suposarem que en la zona neutra P la concentració de forats és  $N_A$ , i que  $n \ll p$  mentre que per a la regió neutra N suposarem que  $n = N_D$  i  $p \ll n$ .

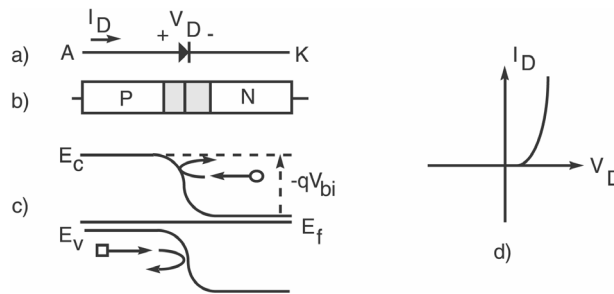


Figura 2.1 La junció PN: a) Símbol circuital. b) Estructura física. c) Diagrama de bandes en equilibri tèrmic. d) Característica I-V mostrant l'efecte rectificador

### 2.1.3 L'efecte rectificador

L'efecte rectificador consisteix en la propietat de permetre el pas del corrent en un sentit (de P a N, en el cas d'una junció PN) i bloquejar-lo en sentit contrari (vegeu la figura 2.1.d). El dispositiu que presenta aquest efecte s'anomena díode.

Justificarem més endavant que si apliquem una tensió positiva a la regió P respecte de la regió N (en direm polarització directa) de valor  $V_D$ , aleshores l'esglaió d'energia en la ZCE passa a valer  $q(V_{bi}-V_D)$ . La polarització directa fa disminuir el camp elèctric en la regió de transició, perquè redueix el pendent del perfil de  $E_{fi}$ . En polarització inversa (regió N positiva respecte de la P) l'alçada de l'esglaió  $q(V_{bi}-V_D)$  augmenta.

En polarització directa, la disminució de l'esglaió d'energia en la regió de transició permet el pas de molts portadors majoritaris de cadascuna de les regions a l'altra, perquè necessiten menys energia cinètica per fer-ho. En efecte: d'acord amb la llei de Fermi, la distribució

energètica dels electrons dins la banda de conducció disminueix exponencialment a mesura que la seva energia s'allunya de  $E_c$ . De la mateixa manera el nombre de forats dins de la banda de valència disminueix exponencialment a mesura que la seva energia s'allunya de  $E_v$ . Així doncs, en polarització directa hi ha un flux molt intens de forats de P a N i d'electrons de N a P. En conseqüència, el corrent a través del díode (en sentit de P a N) augmenta exponencialment amb la tensió de polarització.

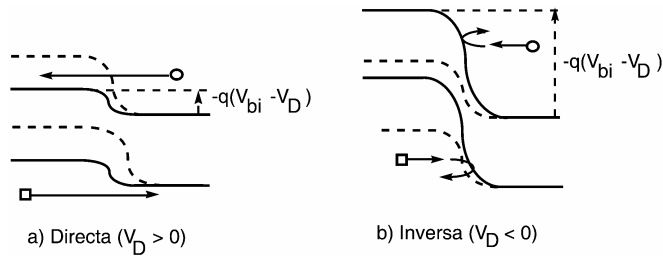


Figura 2.2 Diagrama de bandes: a) En polarització directa. b) En polarització inversa

En polarització inversa, l'augment de l'alçada de l'esglaó d'energia produeix un confinament encara més gran dels portadors: als forats els és encara més difícil d'anar de P a N i als electrons fer-ho de N a P. El corrent és gairebé nul. Noteu que l'augment de l'alçada de l'esglaó implica un augment del camp elèctric en la ZCE perquè augmenta el pendent de  $E_{fi}$ .

#### 2.1.4 Potencial, camp elèctric i càrrega d'espai en la regió de transició

El diagrama de bandes ens mostra que hi ha una diferència de potencial, un camp elèctric i un dipol de càrrega en la regió de transició entre P i N. En efecte, recordem les relacions trobades en el capítol 1:

$$\phi_i(x) = V(x) = -\frac{E_{fi}(x) - E_f}{q} \quad E_{el}(x) = -\frac{dV(x)}{dx} \quad \rho(x) = \varepsilon \frac{dE_{el}}{dx} \quad (2.1)$$

Aquestes funcions es troben representades, juntament amb la curvatura de les bandes, en la figura 2.3 per a condicions d'equilibri tèrmic i per a polarització directa. Observem que en equilibri la regió N està a un potencial  $V_{bi}$  per damunt de la regió P. Aquest potencial, que s'anomena *potencial de contacte* o *potencial de difusió* té per valor:

$$V_{bi} = V_N - V_P = \phi_{iN} - \phi_{iP} = \frac{E_f - E_{fi}(x)}{q} \Big|_N - \frac{E_f - E_{fi}(x)}{q} \Big|_P = \frac{k_B T}{q} \ln \frac{N_D}{n_i} + \frac{k_B T}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} = \frac{k_B T}{q} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2} \quad (2.2)$$

on hem admès que la concentració de majoritaris en cada regió és aproximadament igual al seu nivell de dopatge.

### Exercici 2.1

Suposant que el màxim valor que pot prendre el dopatge en un semiconductor és de  $10^{21}$   $\text{cm}^{-3}$ , estimeu el valor màxim del potencial de difusió a 300 K en: a) Si; b) GaAs; c) Ge.

Aplicant l'expressió 2.2 i fent servir els valors de  $n_i$  de l'apartat 1.3, resulta:

- a)  $V_{bi}(300 \text{ K, Si}) = 25 \times 10^{-3} \ln(10^{42}/2,25 \times 10^{20}) = 1,25 \text{ V}$   
 b)  $V_{bi}(300 \text{ K, AsGa}) = 25 \times 10^{-3} \ln(10^{42}/4 \times 10^{12}) = 1,69 \text{ V}$   
 c)  $V_{bi}(300 \text{ K, Ge}) = 25 \times 10^{-3} \ln(10^{42}/6,25 \times 10^{26}) = 0,87 \text{ V}$

### Exercici 2.2

Estimeu el valor màxim de  $V_{bi}$  segons el diagrama de bandes. Compareu els resultats amb els de l'exercici anterior i justifiqueu les diferències.

Si suposéssim que per a dopatges molt grans tinguéssim  $E_f = E_c$  en la regió N i  $E_f = E_v$  en la regió P, la barrera de potencial seria  $E_g$ , és a dir,  $V_{bi}(300 \text{ K, Si}) = 1,1 \text{ V}$ ,  $V_{bi}(300 \text{ K, GaAs}) = 1,43 \text{ V}$ ,  $V_{bi}(300 \text{ K, Ge}) = 0,68 \text{ V}$ . Els valors obtinguts en l'exercici anterior són més grans i això exigeix que el nivell de Fermi en un semiconductor molt dopat es trobi dins la banda de conducció si és de tipus N i dins la de valència si és P. Ens hi referim com a semiconductors degenerats.

Comentari: les concentracions de majoritaris i minoritaris calculades en el capítol 1, on hem aplicat l'aproximació de Boltzmann, no valen en semiconductors degenerats. Les conclusions d'aquest exercici són qualitativament correctes però els valors numèrics no són exactes.

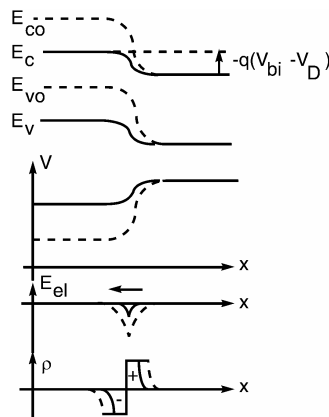


Figura 2.3 Diagrama de bandes, potencial, camp elèctric i densitat de càrrega en equilibri tèrmic i en polarització directa

L'aplicació d'una tensió de polarització directa  $V_D$  fa disminuir l'alçada de la barrera de potencial entre la part N i la P, que passa a valer  $V_{bi} - V_D$ , i això implica una disminució de la

intensitat del camp elèctric i de la densitat de càrrega. En canvi, en polarització inversa  $V_D$  és negativa i, per tant, la barrera de potencial es fa més alta, el camp elèctric més intens i la densitat de càrrega més gran.

L'augment del camp elèctric, si es va polaritzant més inversament a la junció, arriba a provocar la *ruptura de la junció* PN. Quan el camp elèctric assoleix un valor crític, proper a  $3 \cdot 10^5$  V/cm en el silici, comença a circular un corrent invers molt intens perquè es genera un gran nombre de portadors.

### 2.1.5 Generació del dipol de càrrega en la regió de transició

D'acord amb la llei de Gauss la variació del camp elèctric és deguda a la presència de càrrega elèctrica distribuïda en la regió. L'estructura de bandes posa en evidència que hi ha un dipol de càrrega en la regió de transició de P a N. Ens preguntem quin és l'origen d'aquesta càrrega, d'on ha sortit.

Considerem un semiconductor de tipus P homogeni que posem en contacte amb un de tipus N (es tracta d'un procés conceptual, no d'una tècnica de fabricació). Aleshores els forats començaran a difondre's des de la regió P, on la seva concentració és gran, cap a la regió N, on gairebé no n'hi ha. Com a conseqüència d'aquesta difusió, la concentració de forats de la regió P, a prop de la interfície amb la regió N, disminuirà. Abans de fer la unió, el semiconductor P tenia aproximadament tants forats com impureses  $N_A^-$  ionitzades negativament. Aquesta igualtat garanteix la neutralitat de càrrega en tots els punts. Després de la unió desapareixen forats d'aquesta regió perquè s'han desplaçat cap a la regió N, de manera que  $N_A^-$  serà més gran que la concentració de forats, fent que a la regió P, en la proximitat de la interfície, hi hagi una càrrega neta negativa. Un raonament paral·lel explica que aparegui una càrrega neta positiva en la regió N, a prop de la interfície amb la regió P, per causa dels electrons que han abandonat per difusió la regió N, deixant endarrere impureses donadores positives no neutralitzades (figura 2.4).

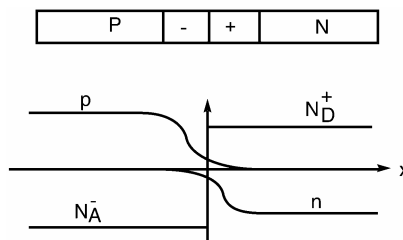


Figura 2.4. - Generació del dipol de càrrega en la regió de transició de la junció PN. Els forats abandonen la regió P per difusió deixant en el seu lloc ions negatius  $N_A^-$  no neutralitzats. De la mateixa manera els electrons se'n van de la regió N deixant ions positius  $N_D^+$  sense neutralitzar

D'aquesta manera es forma un dipol de càrrega que genera un camp elèctric en el sentit de N cap a P. Aquest camp elèctric confina els portadors majoritaris en les respectives regions

d'origen perquè "s'oposa" a la difusió, "retornant" forats a la regió P, i electrons a la regió N per arrossegament. Mentre domini la difusió disminuiran les concentracions de majoritaris en les seves regions respectives, reforçant el dipol de càrrega i fent augmentar el camp elèctric. Al cap d'un temps s'arriba a un equilibri entre la difusió i l'arrossegament, de manera que ambdós corrents es neutralitzen exactament en cada punt, i així s'assoleix l'equilibri tèrmic, que s'ha representat en el diagrama de bandes de l'apartat 2.1.1.

### 2.1.6 Contactes entre metall i semiconductor

Els terminals d'un dispositiu que conté una junció PN, com és el cas d'un díode, han de ser metàl·lics, tal com indica la figura 2.5. En el contacte entre un metall i un semiconductor també apareix un dipol de càrrega d'espai similar al d'una junció PN. Aquesta afirmació serà justificada al final d'aquest capítol. El dipol esmentat dóna lloc a un potencial de contacte entre el metall i el semiconductor.

Entre el terminal d'ànode (A) i el de càtode (K) hi ha, en equilibri tèrmic, tres potencials de contacte:  $V_{c1}$  entre metall i semiconductor P,  $V_{bi}$  en la junció PN, i  $V_{c2}$  entre el semiconductor N i el metall. La suma dels tres potencials ha de ser zero, de manera que  $V_A = V_K$ , ja que altrament un díode en equilibri tèrmic es comportaria com una font de tensió i això és incompatible amb els principis de la termodinàmica.

Demostrarem en l'esmentat apartat que quan es polaritza un dispositiu com el de la figura 2.5 es poden donar dues situacions diferents en els terminals: que els potencials de contacte entre metall i semiconductor es mantinguin constants, amb el seu valor d'equilibri, o que, al contrari, una part de la tensió  $V_A - V_K$  caigui en aquests contactes. Únicament el primer tipus de contacte

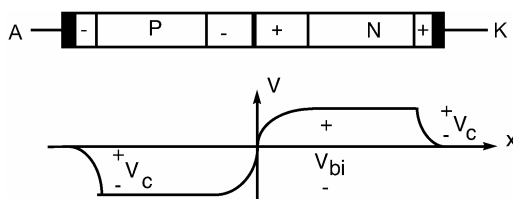


Figura 2.5 Potencial de contacte entre ànode i càtode d'una junció PN en equilibri.

serà útil per construir els terminals d'una junció PN. Aleshores tota la tensió aplicada apareix en la ZCE de la junció PN, suposant que en les zones neutres el camp elèctric sigui inapreciable. Per justificar aquesta hipòtesi observem que en les zones neutres no hi ha càrrega neta localitzada i, d'acord amb la llei de Poisson no hi ha camp. Suposarem que les possibles caigudes de tensió en les zones neutres associades al pas de corrent són petites, però discutirem aquest punt en l'apartat 2.5 i veurem com corregir el model de dispositiu en cas que la suposició que ara fem no sigui acceptable.

## QÜESTIONARI 2.1

1. Considereu una junció entre una regió del semiconductor de tipus P i una regió intrínseca. Tindrem càrregues localitzades a banda i banda del pla de la junció (dipol de càrrega). Raoneu quines càrregues (portadors de corrent, impureses ionitzades, etc...) constituiran aquest dipol i en conseqüència decidiu quina de les afirmacions següents no és correcta.

- a) Una zona en la regió P té càrrega negativa perquè ha perdut portadors majoritaris.
- b) Una zona de la regió intrínseca té càrrega positiva perquè ha guanyat forats.
- c) La densitat de càrrega de la regió P en cada punt és proporcional a la concentració d'impureses ionitzades no neutralitzades per portadors lliures.
- d) La densitat de càrrega de la regió intrínseca en cada punt és proporcional a la concentració d'àtoms del semiconductor no neutralitzats per portadors lliures.

2. Considereu el diagrama de bandes de la junció de la qüestió anterior. Per simplificar suposarem que en la regió P el nivell de Fermi es troba en el cim de la banda de valència ( $E_f - E_v = 0$ ). Volem saber quina energia haurem de donar a un forat per fer-lo passar de la regió P a la intrínseca. Dada: l'amplada de banda del semiconductor és  $E_g = 1.5$  eV. Nota: el signe negatiu vol dir que el forat cedeix energia

- a) 1.5 eV
- b) 0.75 eV
- c) -1.5 eV
- d) -0.75 eV

3. Quan val la tensió de difusió (barrera de potencial)  $V_{bi}$  en la junció de les qüestions anteriors? Suposem ara que som capaços d'introduir impureses donadores en la regió intrínseca fins que el nivell de Fermi arribi a tocar el fons de la banda de conducció ( $E_c - E_f = 0$ ). Quan val ara  $V_{bi}$ ?

- a)  $V_{bi} = 0.75$  V en el primer cas i  $V_{bi} = 1.5$  V en el segon.
- b)  $V_{bi} = 1.5$  V en el primer cas i  $V_{bi} = 0.75$  V en el segon.
- c)  $V_{bi} = 0.75$  V en el primer cas i  $V_{bi} = -1.5$  V en el segon.
- d)  $V_{bi} = 1.5$  V en el primer cas i  $V_{bi} = -0.75$  V en el segon.

4. Tornem a la junció de la qüestió 2. Ara que ja sabem que l'energia necessària per superar la barrera de potencial és la mateixa per als dos tipus de portadors de corrent, ens preguntem sobre el nombre de portadors que travessaran el pla de la junció en equilibri tèrmic. Quina de les afirmacions següents és falsa?

- a) El nombre de forats que passen de la regió P a la intrínseca és igual al nombre dels que es mouen en sentit contrari. El mateix passa amb el nombre d'electrons
- b) El nombre de forats que passen de la regió P a la intrínseca és més gran que el d'electrons que es desplacen en sentit oposat.
- c) El nombre d'electrons que van de la regió intrínseca a la P és superior al dels que ho fan en sentit contrari.
- d) El nombre de forats i el d'electrons que travessen el pla de la junció han de ser iguals.

5. Calculeu el potencial de difusió d'una junció abrupta en els dos casos següents:

1)  $N_A = N_D = N_1 = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ; 2)  $N_A = N_D = N_2 = 10^{21} \text{ cm}^{-3}$  Per respondre reviseu les hipòtesis que han fet falta per arribar a la fórmula que heu fet servir i decidiu quina resposta és correcta. Dades:  $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ,  $k_B T/q = 0.025$  eV.



- a) 0.275 V, 0.622 V. El primer resultat no és vàlid perquè per dopatges molt baixos no es pot aplicar l'aproximació de buidament.
- b) 0.55 V, 1.25 V. El segon resultat no és vàlid perquè per dopatges molt alts no es pot aplicar l'aproximació de Boltzmann.
- c) 0.275 V, 0.622 V. Tots els resultats són vàlids.
- d) 0.55 V, 1.25 V. El segon resultat no és vàlid perquè per dopatges molt alts el semiconductor es degenera i no es pot parlar de nivell de Fermi.

6. Quin dels arguments per justificar que la tensió de difusió  $V_{bi}$  no és directament mesurable aplicant un voltímetre entre els terminals d'un díode és correcte?

- a) Perquè el corrent que el voltímetre fa passar per la junció és incompatible amb les condicions d'equilibri tèrmic.
- b) Perquè és un potencial virtual.
- c) Perquè les caigudes de tensió en els terminals metàl·lics sumen un valor igual a  $V_{bi}$  però de signe contrari, donant un resultat total de la mesura igual a zero.
- d) Perquè pel voltímetre circulen electrons però no forats.

## 2.2. ANÀLISI DE LA ZONA DE CÀRREGA D'ESPAI DE LA JUNCió PN

En aquest apartat presentarem un càlcul aproximat de la càrrega, camp elèctric i potencial en la regió de transició d'una junció PN en equilibri tèrmic i en polarització. Després tractarem el fenomen de ruptura de la junció.

Per determinar les relacions entre distribucions de càrregues, camp elèctric i potencial disposem de les equacions següents:

1. La densitat de càrrega elèctrica en funció de les concentracions de partícules carregades (portadors i impureses ionitzades):

$$\rho(x) = q[p(x) - n(x) + N_D(x) - N_A(x)] \quad (2.3)$$

2. La relació entre la densitat de càrrega i el camp elèctric donada pel teorema de Gauss que aquí escriurem en la seva forma integral:

$$E_{el}(x) = \frac{1}{\epsilon} \int_{x_0}^x \rho(x) dx \quad (2.4)$$

on  $\epsilon$  és la constant dielèctrica absoluta del semiconductor, és a dir, el producte de la constant relativa ( $\epsilon_r$ ) per la permitivitat del buit ( $\epsilon_0$ ):  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ . En l'expressió anterior s'ha de prendre com a extrem inferior d'integració un punt  $x_0$  on el camp sigui nul.

3. La relació entre camp i potencial:

$$V(x) = -\int E_{el}(x) dx + constant \quad (2.5)$$

4. La relació de concentracions de portadors entre dos punts i la diferència de potencial entre aquests dos punts, com hem vist en el capítol 1:

$$n(x) = n(x_0) \exp \frac{V(x)}{V_t} \quad p(x) = p(x_0) \exp -\frac{V(x)}{V_t} \quad (2.6)$$

on prenem l'origen de potencials en un punt arbitrari  $x_0$ . Aquest sistema de cinc equacions conté cinc incògnites:  $\rho(x)$ ,  $E(x)$ ,  $V(x)$ ,  $p(x)$  i  $n(x)$ . No té una solució analítica exacta coneguda, però es pot resoldre per aproximacions successives fent servir mètodes iteratius: partint d'una  $\rho(x)$  aproximada podem trobar la resta de variables en primera aproximació. El resultat serveix per escriure una segona aproximació de  $\rho(x)$  i reiniciar el procés. Si l'elecció de la primera aproximació és prou afortunada el procés ha de convergir. Aquesta via de solució condueix a solucions numèriques molt acurades, útil per a simulacions per ordinador, però poc *transparents*, en el sentit que no es veu com cada variable influeix en la solució. En aquest estudi trobarem la solució de primer ordre. Té l'avantatge que dóna expressions analítiques prou simples per utilitzar-les en càlculs manuals.

### 2.2.1 Electrostatica de la junció PN en aproximació de buidament

Per dur a terme l'anàlisi quantitativa de la ZCE de la junció PN farem l'aproximació anomenada *aproximació de buidament*. Consisteix a suposar que  $|p - n| \ll N_A^-$  en la part P de la ZCE i que  $|p - n| \ll N_D^+$  en la part N d'aquesta regió. Sota aquesta hipòtesi:

$$\begin{aligned} \rho(x) &= q\{p(x) - n(x) - N_A^-\} \cong -qN_A^- = -qN_A \quad \text{en la part P} \\ \rho(x) &= q\{p(x) - n(x) + N_D^+\} \cong +qN_D^+ = +qN_D \quad \text{en la part N} \end{aligned} \quad (2.7)$$

on hem suposat totes les impureses ionitzades. A partir d'aquestes expressions podem calcular el camp elèctric i el potencial fent servir les equacions 2.4 i 2.5. Denominarem  $w_{dP}$  a l'amplada de la ZCE de la regió P,  $w_{dN}$  a la de la regió N i  $w_d$  a la total. Considerarem com origen d'abscisses el punt de transició entre la regió P i la N tal com s'indica a la figura 2.6. Com que  $\rho(x)$  és constant en la part P de la ZCE, la llei de Gauss exigeix que la funció camp elèctric  $E_{el}(x)$  sigui lineal. La recta que el representa té pendent negatiu i talla l'eix d'abscisses en el punt  $x_P = -w_{dP}$ , perquè en la zona neutra P el camp elèctric és nul i ha de ser continu. En la part N de la ZCE el camp elèctric és una recta

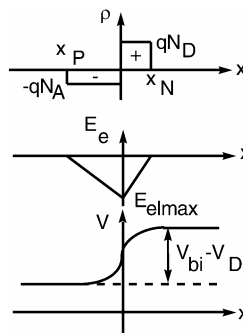


Figura 2.6 Densitat de càrrega, camp elèctric i potencial en l'aproximació de buidament

# **Capítol 3**

## **Tecnologia de fabricació**

## 3.1 INTEGRACIÓ D'UN CIRCUIT EN SILICI

### 3.1.1 Introducció

El present capítol presenta una introducció a les tècniques emprades per la fabricació de dispositius semiconductors i circuits integrats. La finalitat del present estudi és doble. Per una part, mostrar el procés de producció com un possible camp d'activitat propi de l'enginyeria electrònica. Per una altra, mostrar l'estructura real dels dispositius que ha de ser tinguda en compte en un estudi del seu funcionament que vagi més enllà dels models simples que presentem en aquest curs.

L'amplitud disponible per tractar aquest tema ens imposa algunes limitacions. La primera és que tractarem quasi exclusivament de la tecnologia del silici, i ens referirem només ocasionalment a la dels semiconductors III-V. La segona és que posarem més èmfasi en aquells punts més necessaris per comprendre el funcionament del dispositiu, per exemple els perfils de dopatge que s'obtenen, en detriment d'altres que són importants en el món de la producció, com ara l'encapsulament o la verificació dels dispositius, però que no ho són tant en el context del nostre estudi.

Començarem examinant l'estructura real d'alguns dispositius que posaran en evidència la necessitat de disposar de determinades operacions (en direm etapes) del procés de fabricació. Continuarem examinant les característiques de cadascuna d'aquestes etapes, donant més importància als aspectes conceptuals que als desenvolupaments matemàtics o que als problemes pràctics. Finalment presentarem les etapes formant una seqüència que integra el cicle complet de fabricació. En aquest punt s'ha de dir que es tractarà de processos genèrics, amb propietats comunes a gairebé tots els fabricants. Els detalls són diferents en cada línia de producció.

### 3.1.2 Estructura d'un dispositiu i tècniques de fabricació

Cas 1: un díode discret

Considerem un dels dispositius més simples que podem imaginar: un díode de junció PN amb els terminals units a fils de connexió (dispositiu discret). La figura 3.1.a representa un possible tall esquemàtic d'aquest dispositiu. En aquest cas hem considerat les regions P i N amb nivells de dopatge moderats, de manera que per tal d'obtenir contactes òhmics amb el metall dels terminals hem de disposar de les respectives regions  $P^+$  i  $N^+$ . Les capes de metall i els fils conductors soldats completen el dispositiu. Passem per alt l'encapsulament. Per fabricar aquest dispositiu necessitarem com a mínim dos grups de tècniques:

- Tècniques per dopar els semiconductors. Partint d'un material amb un sol tipus de dopatge, sigui per exemple de tipus P, s'ha de crear la regió N introduint-hi àtoms donadors fins a una certa profunditat en concentració suficient per compensar el dopatge P i crear una regió N. Les regions  $P^+$  i  $N^+$  s'obtiniran de manera similar amb una aportació addicional d'acceptors i donadors respectivament. Hi ha dues tècniques principals per dopar: la difusió tèrmica d'impureses i la implantació iònica. Totes dues seran descrites en propers apartats.

- Tècniques per metal·litzar les superfícies de contacte. Més endavant presentarem les tècniques d'evaporació tèrmica i de polvorització catòdica (*sputtering*) per realitzar aquesta operació. No ens ocuparem de la soldadura de fils de contacte.

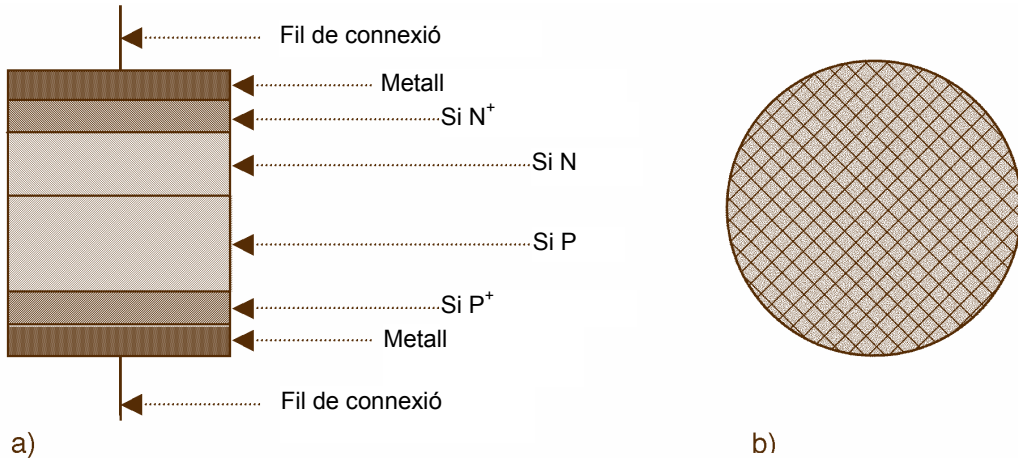


Figura 3.1 a) Tall esquemàtic d'un díode de junció PN discret. Per simplicitat no s'han representat els recobriments de protecció ni l'encapsulament. b) Superfície de l'oblia. Cada quadrat (dau) serà un díode una vegada tallat i muntat

Totes aquestes operacions no es realitzen per a cada unitat que s'ha de fabricar, sinó per a un nombre gran a la vegada, les quals seran separades tallant el bloc de material, anomenat *oblia*. La figura 3.1.b representa la superfície de l'oblia on s'han fabricat un gran nombre de díodes. Els plans de les figures 3.1.a i 3.1.b són perpendiculars entre ells.

### EXEMPLE 3.1

Una cèl·lula solar de silici monocristal·lí és un díode PN<sup>+</sup>, on podem trobar la regió P constituïda per l'oblia de silici, de gruix entre 300 i 500  $\mu\text{m}$  i dopatge moderat ( $10^{16} \text{ cm}^{-3}$  per exemple). La regió N<sup>+</sup>, molt dopada, pot tenir una profunditat de l'ordre de 0.5  $\mu\text{m}$ .

### EXEMPLE 3.2

Un díode rectificador de potència tindrà les dues regions poc dopades per tal de fer petit el camp elèctric màxim de la junció per a una tensió donada, i a la vegada les dues regions han de tenir un gruix considerable (fins a desenes de micres) per tal que puguin contenir una ZCE molt extensa.

### Exercici 3.1

En el cas d'un díode rectificador de potència on els dopatges de les regions P i N són respectivament  $10^{15}$  acceptors/ $\text{cm}^3$  i  $10^{16}$  donadors/ $\text{cm}^3$ , determineu quin gruix ocupa la ZCE quan el dispositiu suporta una tensió inversa de 200 V.

Solució: 16.6  $\mu\text{m}$

### Cas 2: un díode integrat

Suposem ara que el díode ha de formar part d'un circuit integrat. En aquest cas els dos terminals de contacte han de trobar-se en una mateixa cara, la superfície del xip (o de l'oblia). Una alternativa a l'estructura de la figura 3.1.a és la representada en la figura 3.2. Per simplificar el dibuix s'ha pres la regió N molt dopada ( $N^+$ ), de manera que no calgui un dopatge addicional per fer el contacte òhmic damunt la regió N.

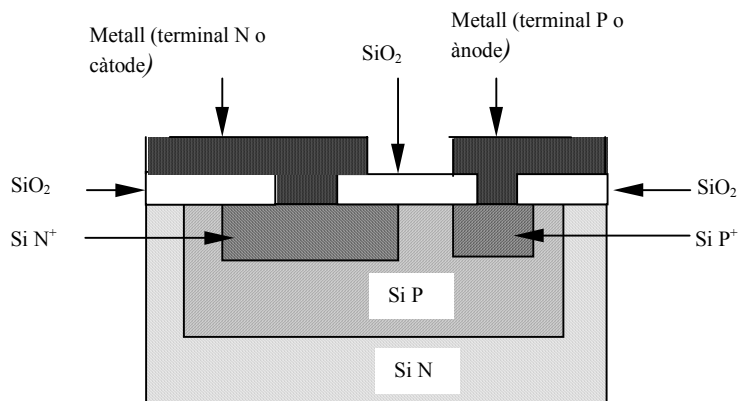


Figura 3.2 Tall esquemàtic d'un díode de junció  $PN^+$  integrat

Notem que hem posat la regió P "encastada" dins un substrat N. La finalitat és que dispositius adjacents (dos díodes en el nostre cas) no tinguin les respectives regions P comunes, és a dir, curtcircuitades entre elles. D'aquesta manera, per anar de la regió P d'un díode a la regió P d'un altre caldrà travessar dues juncions PN, amb polaritats oposades. És una tècnica habitual d'aïllar un dispositiu de l'altre pertanyent al mateix circuit integrat.

Els elements nous que apareixen en la figura 3.2 en relació amb la 3.1 són els següents:

a) Els dopatges que introduïm ja no afecten tota l'amplada del dispositiu, sinó únicament certes regions. La conseqüència és que haurem de trobar tècniques per definir les àrees seleccionades per dopar. Ho farem mitjançant dues operacions encadenades:

- L'oxidació tèrmica del silici, que crearà una capa protectora contra l'entrada d'impureses.
- La fotolitografia (fotogratat, per ser més precisos), per eliminar aquesta capa protectora de les regions on volem introduir dopants.

Aquestes operacions seran descrites en els apartats corresponents.

Observem de passada que hem creat una regió P, la d'ànode, dins un bloc N (el substrat) i que hem tornat a invertir el tipus de conductivitat d'una part d'aquesta regió P per crear la regió N<sup>+</sup> de càtode. Aquests processos de doble dopatge són habituals però estableixen restriccions sobre la gamma de valors de les concentracions d'impureses que podem obtenir.

b) La creació de pistes conductores per les connexions entre dispositius del mateix circuit, per substituir els fils soldats als terminals. Perquè aquestes pistes no provoquin curtcircuits entre les regions del semiconductor subjacents, cal que puguem crear capes aïllants, en aquest cas constituïdes per diòxid de silici (SiO<sub>2</sub>). Aquesta capa aïllant té unes perforacions anomenades obertures de contacte que permeten a la pista metàl·lica arribar a la superfície del silici. Per crear aquestes regions de conductors i aïllants ens caldrà disposar de més etapes de procés:

- Obtenició de capes de dielèctrics. Veurem dos grups d'operacions: l'oxidació tèrmica del silici, ja esmentada, i el dipòsit de materials, per tècniques anomenades de CVD (*chemical vapor deposition*, dipòsit químic en fase vapor).
- Obertura de contactes a través d'aquestes capes per fotolitografia ja esmentada.
- Definició de la forma de les pistes en una capa metàl·lica dipositada, mitjançant una tècnica de fotogravat similar a la utilitzada pels dielèctrics.

### EXEMPLE 3.3

Suposem que el dispositiu de la figura 3.2 és un díode rectificador. En el procés de disseny decidirem la separació de les regions N<sup>+</sup> i P<sup>+</sup> en base a un seguit de criteris, entre ells: que sigui prou gran per permetre l'extensió de la ZCE en polarització inversa i prou petita per no malbaratar superfície de silici ni introduir una resistència sèrie innecessària.

### Exercici 3.2

La regió N<sup>+</sup> de la figura 3.2 té una secció de 25 μm × 25 μm i una profunditat de 2 μm. Si volem estudiar aquest dispositiu amb el model unidimensional de junció PN presentat en el capítol 2, proposeu un valor per assignar a la secció del díode.

$$A = 25 \mu\text{m} \times 25 \mu\text{m} + 4 \times (2 \mu\text{m} \times 25 \mu\text{m}) = 825 \mu\text{m}^2 = 8.25 \times 10^{-6} \text{ cm}^2.$$

Arribats a aquest punt observem que la representació d'un tall és insuficient per conèixer la geometria del dispositiu i que s'ha de completar amb una imatge de la superfície a la manera d'un plànol, coneguda amb el nom de composició en planta o *layout*. Aquesta representació recull els perímetres de les diferents regions que componen l'estructura. La figura 3.3 presenta un dels possibles layouts compatibles amb el tall de la figura 3.2.

Podem observar que les obertures de contactes a través de l'òxid de silici no ocupen la totalitat de les respectives regions N<sup>+</sup> i P<sup>+</sup>, sinó que es deixa un marge de tolerància perquè

no es produeixi un curtcircuit en cas que hi hagi un cert error en el procés d'obertura. Per la mateixa raó la pista metàl·lica recobreix "generosament" l'obertura del contacte. Aquestes toleràncies són essencials per garantir l'èxit d'un procés de fabricació.

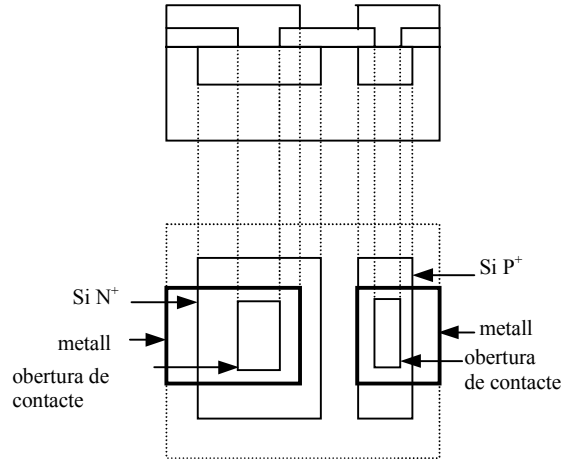


Figura 3.3 Composició en planta del díode de la figura 3.2

Si l'estructura de la figura 3.2 es troba encastada en un bloc de silici de tipus N, obtenim un transistor bipolar NPN, com indica la figura 3.4. Aquest dispositiu és discret perquè requereix un contacte per la cara posterior. Serà estudiat en el capítol 5 d'aquest volum.

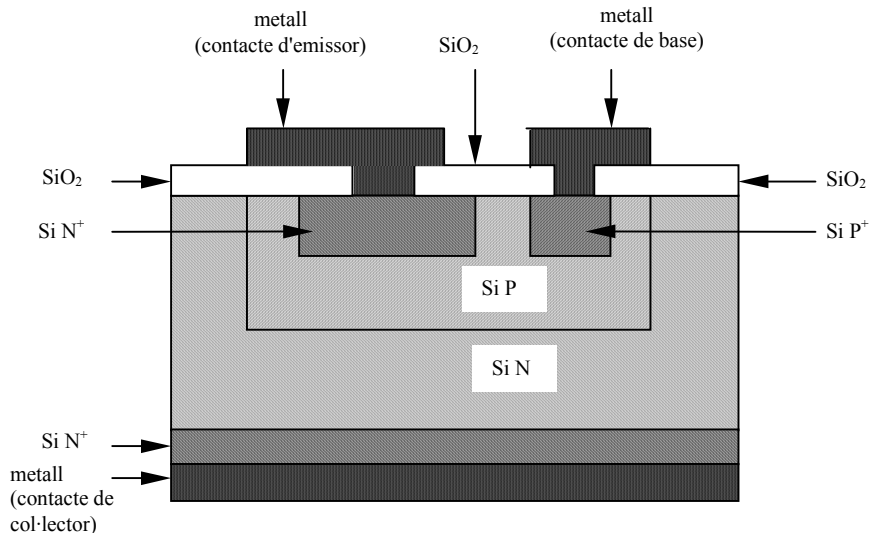


Figura 3.4 Tall esquemàtic d'un transistor bipolar NPN discret



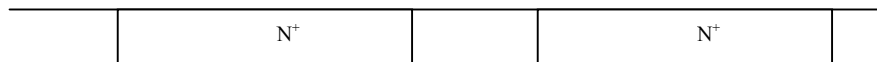
Un circuit integrat constituït per dispositius com el de la figura 3.2 tindria un sol nivell de connectivitat, és a dir, totes les pistes metàl·liques es trobarien en el mateix pla i no es podrien, per tant, encreuar entre elles. Evidentment aquesta és una limitació massa severa per al dissenyador d'un circuit complex.

En la pràctica el que hi ha és diversos pisos o nivells de pistes de conductors separats entre elles per capes de dielèctrics. Cada capa d'aïllament té obertures en els punts on calgui fer contactes entre pistes allotjades en diferents nivells. En el nombre de capes necessàries per connexions és més gran que el de les que hi ha a l'interior del cristall semiconductor.

Atès que el funcionament dels dispositius depèn essencialment dels elements dins el semiconductor, dedicarem la major part del nostre estudi a les operacions necessàries per crear-los i deixarem de costat els problemes de la interconnectivitat.

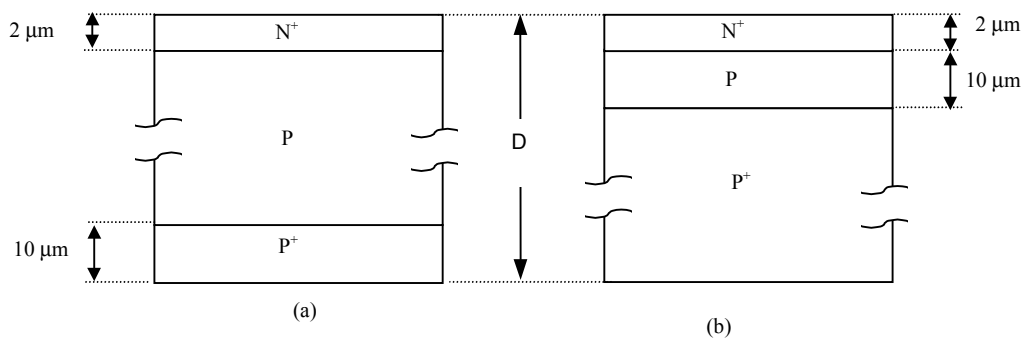
### QÜESTIONARI 3.1.a

1. Considerem dos dispositius, que per simplicitat seran dues resistències, que formen part d'un circuit integrat realitzat sobre una oblea tipus P, tal com indica la figura. Quin serà el corrent paràsit entre els dos dispositius?



- Zero
- Proporcional a la diferència de tensió entre les regions N<sup>+</sup>
- El corrent invers de saturació del díode N<sup>+</sup>P
- La que circula pel díode N<sup>+</sup>P polaritzat directament amb la diferència de tensions aplicades a les dues regions N<sup>+</sup>.

2. Considerem els dos díodes discrets de la figura, on  $D$ , que és el gruix de l'obla, val  $500\ \mu\text{m}$  en el nostre cas. Per simplicitat no s'han representat les metal·litzacions. Quina de les següents afirmacions no és correcta?

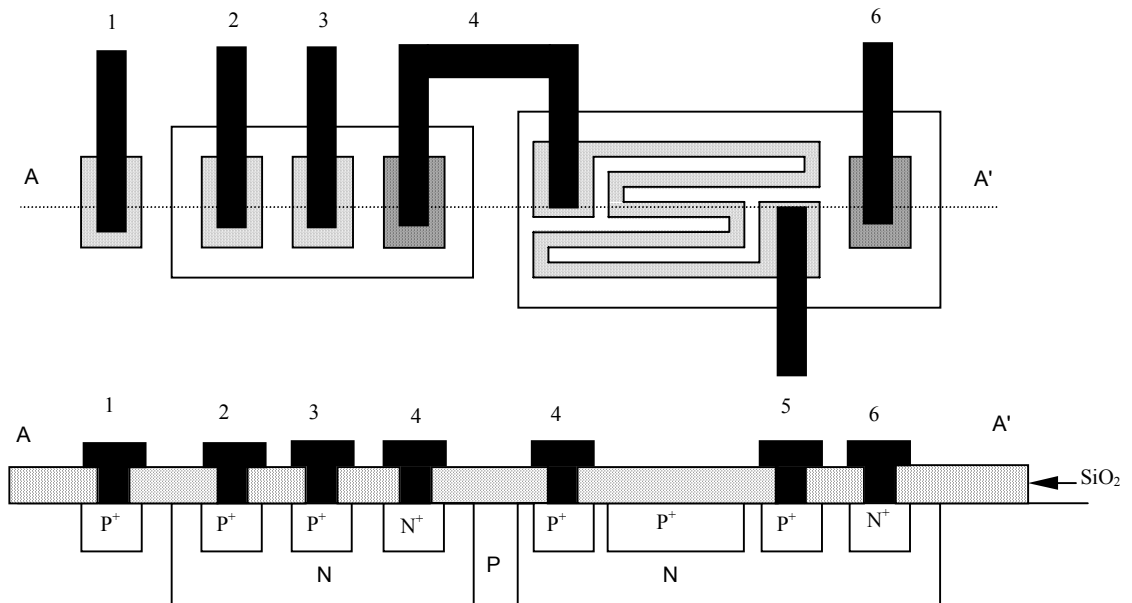


- El disseny a) tindrà una resistència sèrie molt gran
- La resistència paràsit de la regió P de b) serà unes 50 vegades inferior a la de a)

- c) El disseny b) és més complicat de fabricar ja que requereix tenir una capa P poc dopada sobre un substrat P<sup>+</sup>  
 d) És preferible el disseny a) al b) ja que té menys capacitat paràsita.

3. En la figura adjunta es representa el layout d'un circuit integrat i el tall en profunditat corresponent. Es demana quina de les següents afirmacions és falsa.

- a) Es tracta de dos díodes en paral·lel d'entrades 2 i 3 en sèrie amb una resistència amb sortida el terminal 5.  
 b) Obtenim una porta OR d'entrades 2 i 3 i sortida 4, connectant 5 a 0 V.  
 c) Per aïllar els dispositius entre sí cal aplicar 0V al terminal 1 i 5V al terminal 6  
 d) Per un funcionament correcte del circuit cal connectar el terminal 4 a la tensió més negativa disponible.



### 3.1.3 Obtenció del material semiconductor

L'obtenció de semiconductors és una branca especialitzada de la indústria metal·lúrgica els clients de la qual són els fabricants de dispositius semiconductors i circuits integrats. La producció de silici monocristal·lí comprèn tres grups d'etapes: la purificació química del silici, el creixement del cristall i la presentació en forma d'oblia. El material inicial és habitualment quars (SiO<sub>2</sub>), tal com es troba en la natura. La reducció mitjançant carboni en un forn dona Si de grau metal·lúrgic, molt impur. Per poder-lo purificar per destil·lació es transforma en un compost líquid, habitualment triclorosilà (SiHCl<sub>3</sub>). Finalment es descompon aquest compost i s'obté Si molt pur però sense estructura cristal·lina.

La cristal·lització es pot aconseguir per diferents procediments que tenen un principi en comú: la fusió del silici seguida d'una solidificació. Aquesta solidificació es fa de manera que comenci en un punt en contacte amb una mostra de material monocristal·lí, anomenada

# **Capítol 4**

## **Dispositius optoelectrònics**

L'objectiu d'aquest capítol és estudiar dispositius receptors de llum que es poden construir amb un semiconductor (fotoconductors) o amb un díode (fotodíodes i cèl·lules fotovoltaïques), així com els dispositius emissors de llum (díodes electroluminiscents, díode làser). Es requereix, com a coneixements previs, els fenòmens d'interacció entre la radiació electromagnètica i els semiconductors, i per això en resumirem breument els punts principals abans de presentar els dispositius esmentats. Alguns dispositius, com els fototransistors, seran analitzats més endavant quan hagin estat presentats els conceptes necessaris per al seu estudi.

## 4.1 RADIACIÓ ELECTROMAGNÈTICA I SEMICONDUCTORS

### 4.1.1 La radiació electromagnètica

La radiació lluminosa, es manifesta com una ona contínua (radiació electromagnètica clàssica) en uns fenòmens i com a feix de corpuscles (quanta d'energia) en uns altres. Com a ona presenta fenòmens d'interferència, difracció, etc, i els seus paràmetres característics són la freqüència ( $f$ ) i la longitud d'ona ( $\lambda$ ). En el buit la relació entre aquestes dues quantitats ve donada per l'equació  $\lambda=c/f$ , on  $c$  és una constant universal: la velocitat de la llum en el buit,  $2.998 \times 10^8$  m/s aproximadament. La relació entre  $c$  i les constants electromagnètiques del buit (permitivitat elèctrica,  $\epsilon_0$ , i permeabilitat magnètica,  $\mu_0$ ) és:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (4.1)$$

En un medi material la velocitat de la llum,  $v$ , és determinada per l'índex de refracció del material,  $n$ , definit com:

$$n \equiv \frac{c}{v} \quad (4.2)$$

L'índex de refracció és funció de la longitud d'ona,  $n(\lambda)$ . En un material caracteritzat per una constant dielèctrica relativa  $\epsilon_r$  i per una permeabilitat magnètica relativa  $\mu_r$ , es complirà:

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (4.3)$$

### EXEMPLE 4.1

Índex de refracció d'interès en optoelectrònica en els extrems de l'espectre visible:

Material	$\lambda = 0.4 \mu\text{m}$	$\lambda = 0.7 \mu\text{m}$	Material	$\lambda = 0.4 \mu\text{m}$	$\lambda = 0.7 \mu\text{m}$
GaAs	4.373	3.755	SiO <sub>2</sub>	1.470	1.455
Si	5.570	3.787	Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	2.072	2.013

### Exercici 4.1

Calculeu les velocitats de les radiacions dels dos extrems de l'espectre visible en el diòxid de silici.

*Solució:*  $2.060 \times 10^8$  m/s en el roig,  $2.039 \times 10^8$  m/s en el violet.

### Exercici 4.2

Considerem una fibra òptica feta de diòxid de silici. Calculeu la diferència entre el temps que la radiació de  $0.4 \mu\text{m}$  de longitud d'ona necessita per recórrer 1 km de fibra i el que necessita una radiació de  $0.7 \mu\text{m}$ .

*Solució:* 50 ns.

Quan un raig de llum incideix en la superfície que separa dos medis de diferent índex de refracció formant un angle  $\theta_i$  (angle d'incidència) amb la perpendicular al pla de separació, aleshores, en el cas més general, una part de la llum és transmesa a l'altre medi, i forma l'anomenat raig refractat, mentre que una part és reenviada al mateix medi i forma el raig dit reflectit, tal com indica la figura 4.1

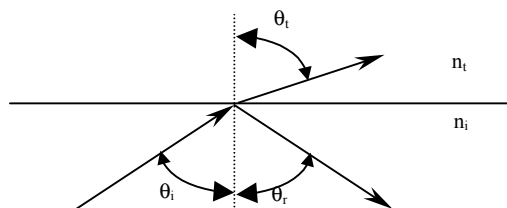


Figura 4.1 Reflexió i refracció d'un raig de llum

Les relacions entre les direccions d'aquests raigs obeeixen les lleis següents:

- Llei de reflexió: l'angle d'incidència és igual al de reflexió,  $\theta_i = \theta_r$ ; el raig incident, el reflectit i la normal es troben en un mateix pla.
- Llei de refracció (o de Snell): entre l'angle d'incidència i el de refracció hi ha la relació:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{n_t}{n_i} \quad (4.4)$$

on  $n_i$  i  $n_t$  són, respectivament, l'índex de refracció del medi des d'on incideix el raig i el del medi on és transmès.

Si es dona el cas que  $(n_i/n_t) \sin \theta_i > 1$ , aleshores no hi ha cap angle  $\theta_t$  que compleixi l'equació 4.4 i no hi ha raig refractat, sinó que tota la llum és reflectida. És el fenomen conegut com a reflexió total i és particularment important per entendre el funcionament de les fibres òptiques, com veurem més endavant. El màxim angle d'incidència que permet la transmissió de llum al segon medi és:

$$\theta_i = \arcsin \frac{n_t}{n_i} \quad (4.5)$$

En el fenomen de la reflexió i refracció una part de la potència incident és transmesa al segon medi i la resta és reflectida cap al primer. La fracció  $R$  de potència reflectida és:

$$R = \left( \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t} \right)^2 \quad (4.6)$$

El flux  $P$  d'energia que es propaga es mesura en  $J/(cm^2s)=W/cm^2$ . En el cas més general la radiació és la superposició, en proporcions variables, de radiacions de diferents longituds d'ona. La contribució de cadascuna d'elles a la potència del flux radiant ve donada per la funció de distribució espectral  $dP/d\lambda$ , expressada en  $W/(cm^2 \times \mu m)$ .

Quan ens interessa l'efecte de la llum sobre la visió humana, aleshores aquesta distribució es pondera segons la sensibilitat de l'ull humà d'acord amb una corba normal estàndard, representada en la figura 4.2. La unitat de potència lluminosa (il·luminació) és el *lumen*. Un watt de llum de 555 nm de longitud d'ona (màxim de la corba estàndard) equival a 680 lumen. Per altres longituds d'ona aquesta quantitat s'ha de multiplicar pel valor indicat per la corba normal. Un lumen per metre quadrat dona una densitat d'il·luminació (dita luminància) coneguda com *lux*.

### Exercici 4.3

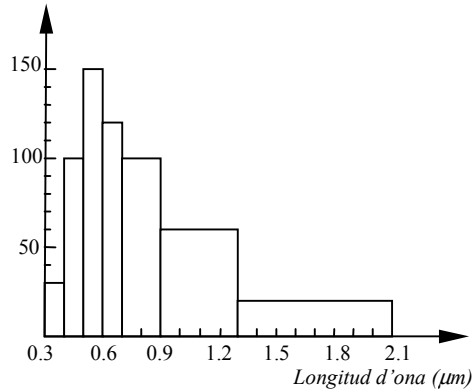
La corba normal de resposta de l'ull humà ens dona els valors 30% per a una llum de 500 nm de longitud d'ona i 60% per a una de 600 nm. Calculeu els watts de llum necessaris per il·luminar una superfície de 100 m<sup>2</sup> amb 100 lux.

*Solució: 49 W i 24,5 W, respectivament.*

### Exercici 4.4

La corba adjunta representa una aproximació per trams de la distribució espectral de la llum solar que arriba a la superfície de la terra en incidència perpendicular després de travessar l'atmosfera en condicions òptimes, conegut com espectre estàndard AM1. Calculeu la potència de la radiació per unitat de superfície.

Densitat espectral de potència  
[mW/(cm<sup>2</sup>·μm)]



Solució: 100 mW/cm<sup>2</sup>.

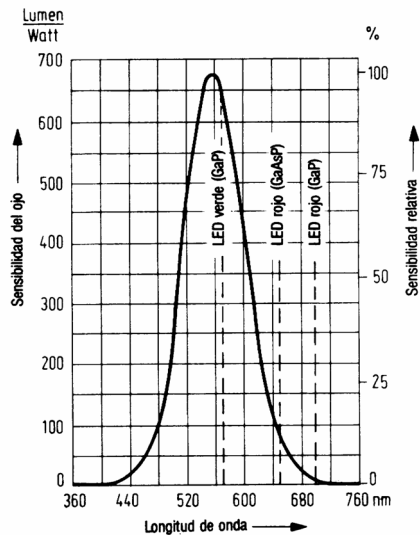


Figura 4.2 Corba normal de sensibilitat de l'ull humà

Nom	Longitud d'ona ( $\mu\text{m}$ )	Energia del fotó (eV)
Raigs còsmics	$< 3 \times 10^{-7}$	$> 4.1 \times 10^6$
Raigs gamma	$10^{-8}$ a $8 \times 10^{-3}$	$1.24 \times 10^8$ a 155
Raigs X	$2 \times 10^{-6}$ a 0.2	$6.2 \times 10^{-5}$ a 6.2
Ultraviolat	extrem	0.01 a 0.2
	llunyà	0.2 a 0.3
	proper	0.3 a 0.39
Visible	violat	0.39 a 0.455
	blau	0.455 a 0.492
	verd	0.492 a 0.577
	groc	0.577 a 0.597
	taronja	0.597 a 0.622
	roig	0.622 a 0.77
Infraroig	proper	0.77 a 1.5
	mitjà	1.5 a 6
	llunyà	6 a 40
	extrem	40 a $10^3$
Ones mil·limètriques	$10^3$ a $10^4$	$1.24 \times 10^{-3}$ a $1.24 \times 10^{-4}$
Microones	$10^4$ a $3 \times 10^6$	$1.24 \times 10^{-4}$ a $4.13 \times 10^{-7}$
Ones de ràdio	$3 \times 10^6$ a $2 \times 10^{11}$	$4.13 \times 10^{-7}$ a $6.2 \times 10^{-12}$
Oscil·lacions elèctriques	$> 2 \times 10^{11}$	$< 6.2 \times 10^{-12}$

Taula 4.1 Espectre electromagnètic

El caràcter corpuscular es manifesta en els fenòmens d'emissió i absorció de llum per la matèria. La radiació és composta per unitats (quanta) indivisibles d'energia anomenats fotons. El valor de l'energia d'un fotó de radiació de freqüència  $f$  és:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{1.24 \text{ eV} \times \mu\text{m}}{\lambda} \quad (4.7)$$

on  $h$  és la constant de Planck. Com a partícula el fotó també té quantitat de moviment. El seu valor és  $h/\lambda$ . La taula 4.1 presenta les regions de l'espectre electromagnètic.

## EXEMPLE 4.2

Valors típics de il·luminància:

Font	Il·luminància (lux)
Ple sol	$10^5$
Dia amb núvols	$10^3$
Habitació il·luminada	$10^2$
Lluna plena	1



**EXEMPLE 4.3**

Els fotons de la radiació per la qual la corba normal de sensibilitat té un màxim tenen una energia  $1.24/0.555 = 2.23$  eV.

**Exercici 4.5**

Calculeu l'energia dels fotons dels extrems de l'espectre visible (vegeu taula 4.1).

*Solució: 1.61 eV en l'extrem roig i 3.18 eV en l'extrem blau.*

**QÜESTIONARI 4.1a**

1. Prenent com a valors límits de longitud d'ona de l'espectre visible  $0.4 \mu\text{m}$  i  $0.7 \mu\text{m}$ , determineu els límits en freqüència en Hz. Dades: velocitat de la llum en el buit:  $c = 3 \times 10^{10}$  cm/s.

a)  $7.5 \times 10^{14}$ ,  $4.3 \times 10^{14}$

b)  $7.5 \times 10^{12}$ ,  $4.3 \times 10^{12}$

c)  $7.5 \times 10^{12}$ ,  $4.3 \times 10^{14}$

d)  $4.3 \times 10^{12}$ ,  $7.5 \times 10^{14}$

2. Quants fotons per centímetre quadrat i per segon incideixen en una superfície que rep una radiació d'  $1 \text{ mW/cm}^2$  de llum de  $0.65 \mu\text{m}$  de longitud d'ona? Dada:  $hc = 1.24 \text{ eV} \cdot \mu\text{m}$ .

a)  $3.3 \times 10^{18}$

b)  $3.3 \times 10^{12}$

c)  $3.3 \times 10^{15}$

d)  $3.3 \times 10^{21}$

3. Determineu la velocitat de la llum en l'òxid de silici. Dades: constant dielèctrica relativa de l'òxid de silici:  $\epsilon_r = 3.9$ ; permitivitat del buit:  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-14} \text{ F/cm}$ ; permeabilitat magnètica relativa  $\mu_r = 0.55$ ; permeabilitat magnètica del buit  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Vs}^2\text{C}^{-1}$ .

a)  $c/1.46$

b)  $c \times 1.46$

c)  $c/2.13$

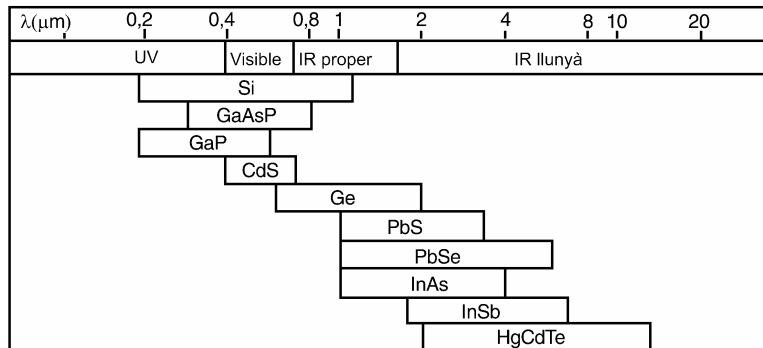
d)  $c \times 2.13$

**4.1.2 Interacció entre radiació electromagnètica i semiconductors****Absorció de la llum**

El procés més important d'absorció de la llum en un semiconductor és la creació de parells electró-forat. Cada fotó absorbit provoca una transició de la banda de valència a la de conducció. Perquè un fotó sigui absorbit per un semiconductor cal que la seva energia sigui més gran que la de la banda prohibida del material:

$$E > E_g \Leftrightarrow \lambda \leq \lambda_{max} = \frac{1.24 \text{ eV} \times \mu\text{m}}{E_g} \quad (4.8)$$

Per a cada aplicació caldrà escollir el semiconductor amb el gap més adaptat a la radiació del problema. La taula 4.2 presenta una llista de semiconductors i el seu marge d'aplicació en detecció de llum.



*Taula 4.2 Semiconductors per a la detecció de llum. Els semiconductors de gap molt petit, com InAs, InSb o HgCdTe, han de treballar a temperatures baixes per tal de reduir la concentració intrínseca de portadors, que emmascararia les concentracions de portadors fotogenerats. La temperatura de 77 K és aproximadament la del nitrogen líquid a pressió atmosfèrica.*

#### EXEMPLE 4.4

Les longituds d'ona d' 1.3 μm i 1.5 μm són utilitzades en comunicacions per fibra òptica. Els semiconductors utilitzats per detectar els senyals han de tenir amplades de banda prohibida no superiors a 0.95 eV i 0.83 eV, respectivament.

---

#### Exercici 4.6

La fibra òptica també transmet bé la radiació de 0.8 μm de longitud d'ona. Podríem detectar senyals transmesos amb aquesta llum fent servir un dispositiu de GaAs?

*Solució: sí*

---

La relació entre el flux de fotons  $\Phi_0$  ( $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ) i la densitat de potència  $P$  ( $\text{W}/\text{cm}^2$ ) de la radiació incident és:

$$\Phi_0 = \frac{P}{E_{\text{fotó}}} = \frac{P}{hf} = \frac{P\lambda}{hc} \quad (4.9)$$

La reflexió que té lloc en la superfície fa que només una fracció  $\eta$  del fotons incidents penetri a l'interior del semiconductor. La relació entre la velocitat de generació de parells  $g(x)$ , expressada en  $\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}$ , i el flux  $\Phi(x)$  que arriba a una profunditat  $x$  és:

$$g(x) = -\frac{d\Phi}{dx} = \alpha(\lambda)\Phi(\lambda) \quad (4.10)$$

on  $\alpha(\lambda)$  és el coeficient d'absorció de la llum, característic de cada semiconductor. Notem que en la superfície es compleix la relació:  $\Phi(0) = \eta\Phi_0$ .

La integració de l'expressió anterior porta a:

$$\Phi(x) = \eta\Phi_0 e^{-\alpha x} \quad g(x) = \eta\alpha\Phi_0 e^{-\alpha x} \quad (4.11)$$

Aquesta funció de generació de portadors haurà de ser inclosa en les equacions de continuïtat per analitzar dispositius. La figura 4.3 presenta el coeficient d'absorció d'alguns semiconductors.

La quantitat  $1/\alpha$  és coneguda com a profunditat de penetració de la radiació en el semiconductor perquè és igual a la distància mitjana que els fotons recorren abans de ser absorbits.

#### EXEMPLE 4.5

Considerem dues radiacions en els dos extrems de l'espectre visible amb una intensitat d'  $1\text{mW}/\text{cm}^2$ . Els fluxos de fotons respectius són:

$$\Phi_0 = \frac{1\text{mW} / \text{cm}^2}{1.61\text{eV}} = \frac{10^{-3}\text{ J} / \text{cm}^2\text{s}}{1.61 \times 1.6 \times 10^{-19}\text{ J}} = 3.9 \times 10^{15}\text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \text{ en l'extrem roig i } 2.0 \times 10^{15}\text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$$

en l'extrem blau.

#### EXEMPLE 4.6

Quan una radiació de  $0.5\ \mu\text{m}$  de longitud d'ona és absorbida en el silici la intensitat del feix de fotons s'atenua en un factor  $e$ , és a dir en un 67%, en una profunditat  $1/\alpha(\lambda=500\text{ nm}) = 9 \times 10^{-5}\text{ cm} = 0.9\ \mu\text{m}$ . En el GaAs la profunditat necessària per a aquesta mateixa absorció és només de  $0.1\ \mu\text{m}$ .

**5**

# **El transistor bipolar**

## 5.1 INTRODUCCIÓ

El transistor bipolar, conegut en anglès per l'acrònim BJT (*Bipolar Junction Transistor*), és un dels dispositius més utilitzats en els circuits electrònics. El nom de transistor procedeix de la compactació de dues paraules angleses, *transfer resistor*, i fa referència al fet que el corrent que circula entre dos terminals és controlat per un senyal aplicat a un tercer terminal, mentre que el mot bipolar és degut al fet que el corrent és transportat per portadors de les dues polaritats: electrons i forats. L'electrònica moderna, basada en circuits integrats (CI), es va iniciar de fet amb el descobriment d'aquest dispositiu. Actualment segueix essent el dispositiu amplificador per excel·lència i el que més s'utilitza en els CI analògics. En aquest capítol es farà una introducció al transistor bipolar, i es presentarà la teoria de funcionament, el procés de fabricació, el comportament en contínua i en senyal i els seus models circuitalts.

El transistor bipolar fou descobert casualment el desembre de 1947 per Bardeen, Brattain i Shockley en els Laboratoris Bell quan intentaven realitzar un "amplificador d'estat sòlid" basat en el que més endavant s'anomenaria transistor MOS. Aquest descobriment fou seguit quasi immediatament de la teoria que explicava el seu funcionament i va conduir a una revolució tecnològica que significà la desaparició, en pocs anys, de la tecnologia de vàlvules de buit que fins aleshores havia donat suport físic als circuits electrònics.

El transistor bipolar és un dispositiu de tres terminals anomenats emissor, base i col·lector. Hi ha dos tipus de transistors bipolars, els NPN i els PNP, el nom dels quals fa referència a la seva estructura bàsica que s'esquematitza de la forma mostrada a la figura 5.1. El transistor bipolar té dues juncions PN: una entre l'emissor i la base, la junció emissora, i una altra entre la base i el col·lector, la junció col·lectora. En el símbol d'aquests transistors s'inclou una fletxa en el terminal d'emissor, la qual va sempre en el sentit de P a N, i serveix per identificar el tipus de transistor. Els sentits dels corrents indicats en la figura 5.1 seran utilitzats com a positius. Aquests sentits es basen a assignar a l'emissor el sentit del corrent del seu símbol (de P a N), i a la base i col·lector els que es deriven de suposar que el corrent d'emissor és la suma dels de base i de col·lector.

El transistor més utilitzat és l'NPN, i serà el que estudiarem en aquest text. Com veurem més endavant, el comportament del PNP és dual al de l'NPN, la qual cosa vol dir que si es canvien electrons per forats, el sentit dels corrents i la polaritat de les tensions, el seu comportament és idèntic.

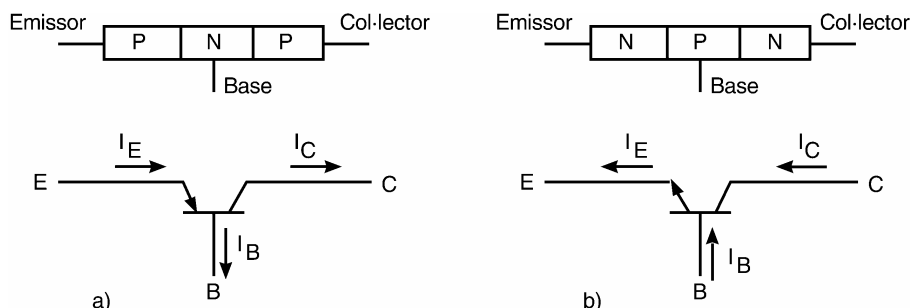


Figura 5.1 Estructura, símbol i sentit positiu dels corrents del transistor bipolar. a) PNP. b) NPN

### 5.1.1 Principi de funcionament

Quan el transistor es fa servir com a amplificador es polaritza el díode d'emissor en directa i el de col·lector en inversa. Aquesta polarització s'anomena activa i és la que considerarem ara. Convé recordar de la teoria de la junció PN que amb una polarització directa cada regió injecta els seus portadors majoritaris a la regió adjacent, de forma que a l'inici d'aquesta segona regió, just en la frontera amb la zona de càrrega d'espai (ZCE), la concentració dels minoritaris injectats és  $m_o \exp(V_D/V_t)$ , essent  $m_o$  la concentració de minoritaris en aquesta regió en condicions d'equilibri tèrmic i  $V_D$  la tensió de polarització de la junció. Quan una junció es polaritza en inversa el camp elèctric a la ZCE augmenta i domina el transport de minoritaris d'una regió a l'altra. Si la polarització és prou negativa, la concentració d'aquests a la frontera amb la ZCE s'anul·la.

Analitzem ara els corrents que circulen en el transistor. Com que la junció emissora està en directa, l'emissor N injecta electrons a la base P, i aquesta injecta forats l'emissor N. La teoria de la junció PN mostrava que si el dopat de la regió N és molt més gran que el de la P, el corrent d'electrons a través de la ZCE de la junció serà molt més gran que el de forats. Aquesta relació entre corrents és la que es representa a la figura 5.2. Per altra banda, com que la junció col·lectora està polaritzada inversament, la concentració d'electrons a la regió P en el punt  $l_B$ , frontera amb la ZCE de col·lector, serà zero. Per tant, a la regió neutra de la base P del transistor hi haurà una diferència de concentració d'electrons entre els punts  $O_B$  (frontera amb la ZCE d'emissor) i  $l_B$ , diferència que originarà un flux d'electrons per difusió des de la part de l'emissor cap a la part de col·lector. Quan aquests electrons arribin a la ZCE del col·lector el camp elèctric present en aquesta regió els arrossegarà de la base cap al col·lector. El corrent de forats en aquesta segona junció serà pràcticament nul perquè està polaritzada inversament i no hi ha quasi forats a la part N del col·lector.

Una part dels electrons que es traslladen per difusió a través de la base des de l'emissor cap al col·lector es recombinaran. Es el corrent anomenat  $I_r$  en la figura 5.2. En règim estacionari ha d'entrar pel terminal de base un corrent de forats igual al d'electrons que es recombinen, ja que si no els forats de la base s'acabarien esgotant. Per la mateixa raó pel terminal de base han d'entrar els forats que la base injecta a l'emissor, i han de sortir-ne els pocs forats que el col·lector injecta a la base.

A partir d'aquestes corrents elementals, i prenent com a positius els sentits de  $I_E$  i  $I_C$  representats en la figura 5.2, podem escriure:

$$I_E = I_{En} + I_{Ep} \quad I_C = I_{Cn} + I_{Cp} \quad I_B = I_r + I_{Ep} - I_{Cp} \quad (5.1)$$

on el subíndex E significa emissor, C col·lector i B base, i l'altre subíndex indica n per corrent d'electrons i p per corrent de forats. Si tenim en compte que en un transistor NPN normal el corrent  $I_{En}$  és molt més gran que  $I_{Ep}$  i que  $I_r$ , resulta que:

$$I_E \cong I_{En} = I_{Es}(e^{V_{BE}/V_t} - 1) \quad I_C \cong I_{Cn} \cong I_E \cong I_{Es}e^{V_{BE}/V_t} \quad (5.2)$$

que indica que el corrent de col·lector es controla per la tensió de polarització de la junció emissora i és independent de la polarització de la junció col·lectora, mentre el transistor estigui polaritzat a la regió activa. Aquesta propietat s'anomena *efecte transistor*. Noteu que si es substitueix el transistor per dos díodes en oposició amb un tercer terminal entre els dos

ànodes per tal de simular les dues junccions del transistor NPN, no es donarà l'efecte transistor, ja que es requereix que les dues junccions comparteixin la regió central (base) i que aquesta regió sigui suficientment prima per permetre que els minoritaris injectats per una juncció arribin a l'altre.

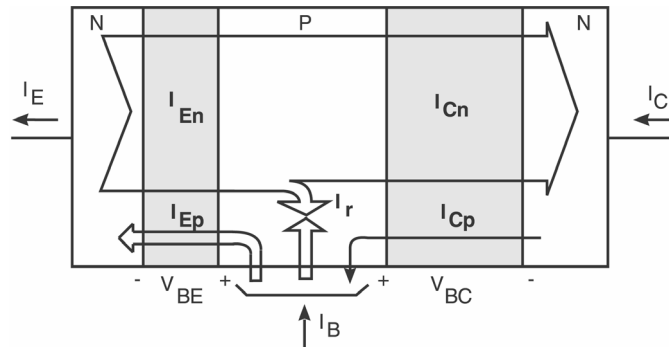


Figura 5.2 Corrents en un transistor NPN. Les fletxes interiors al rectangle assenyalen els fluxos de portadors, i les externes els sentits dels corrents elèctrics. Cal tenir en compte que el sentit del corrent elèctric pels electrons és contrari al sentit del seu flux, es a dir,  $I_{En}$  té el mateix sentit que  $I_E$  i  $I_{Cn}$  el mateix que  $I_C$ .

### Exercici 5.1

Un transistor NPN té una  $I_{Es} = 10^{-16}$  A. Quin serà el corrent de col·lector si  $V_{BE} = 0.7$  V i la juncció col·lectora està en inversa?

Aplicant l'expressió 5.2,  $I_C = 10^{-16} \exp(0.7/0.025) = 0.14$  mA.

### Exercici 5.2

Quina seria la tensió  $V_{BE}$  en el transistor anterior quan  $I_C = 1$  mA?

Solució:  $V_{BE} = 0.748$  V.

La capacitat del transistor com a amplificador de senyals està lligada a aquest efecte. Considerem el circuit de la figura 5.3, on el transistor NPN té la juncció emissora polaritzada directament per la tensió  $[V_{EE} - \Delta V_i(t)]$ , essent  $\Delta V_i(t)$  un senyal d'amplitud petita que es vol amplificar. La juncció col·lectora està polaritzada inversament per  $V_{CC}$ . Aproximant la caiguda de tensió en el díode d'emissor per la tensió de colze  $V_\gamma$  ( $\approx 0.7$  V per al silici), resulta:

$$V_{EE} - \Delta V_i(t) = I_E R_E + V_\gamma \quad \Rightarrow \quad I_E = \frac{V_{EE} - V_\gamma}{R_E} - \frac{\Delta V_i(t)}{R_E} = I_{EQ} - \Delta I_E(t) \quad (5.3)$$

Suposant que  $I_C$  es pugui aproximar per  $I_E$ , i mentre la polarització del díode de col·lector sigui inversa ( $V_{CB} > 0$ ), resultarà que:

$$V_o = V_{CC} - I_C R_C = [V_{CC} - I_{EQ} R_C] + \frac{R_C}{R_E} \Delta V_i(t) = V_{oQ} + \Delta V_o(t); \quad \Delta V_o(t) = \frac{R_C}{R_E} \Delta V_i(t) \quad (5.4)$$

Com es pot observar, a la sortida apareix un senyal  $\Delta V_o(t)$  que és proporcional al senyal d'entrada. El factor  $R_C/R_E$  que multiplica  $\Delta V_i(t)$  a l'última expressió, s'anomena guany de tensió de l'amplificador, el qual pot controlar-se fixant la relació entre resistències, amb l'única restricció que  $V_o$  ha de ser sempre positiva per assegurar que el transistor estigui polaritzat en activa.

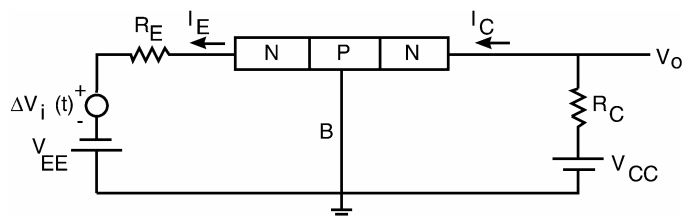


Figura 5.3 Exemple de circuit amplificador

### Exercici 5.3

A l'amplificador de la figura anterior  $R_C = 5 \text{ k}\Omega$  i  $R_E = 100 \Omega$ . Quin serà aproximadament el guany de tensió del circuit?

El guany aproximat és  $R_C/R_E = 50$ .

### Exercici 5.4

Quin valor hauria de tenir  $R_C$  al circuit de la qüestió anterior per aconseguir un guany de 100?

Solució:  $R_C = 10 \text{ k}\Omega$ .

El circuit de la figura 5.3 té el terminal de base comú a les malles d'emissor i col·lector. Per aquest motiu es diu que la configuració del circuit és en *base comuna*. També hi ha les configuracions *d'emissor comú* i de *col·lector comú*, que presenten el terminal d'emissor o el de col·lector comuns a les malles d'entrada i sortida. La configuració d'emissor comú és la més utilitzada en amplificació, mentre que la de col·lector comú, també anomenada *seguidor per emissor* sol utilitzar-se com a etapa de sortida.



Els transistors bipolars, a més a més d'utilitzar-se com a amplificadors, també es fan servir en circuits digitals, en els quals els transistors només treballen en dos estats. Per aquest motiu, aquests dispositius no es fan servir només en polarització activa, sinó també en els modes anomenats de tall i saturació. A la taula 5.1 es presenten els quatre modes possibles de polaritzar un transistor. El mode invers no se sol fer servir a la pràctica, ja que en aquest mode les prestacions del transistor són pitjors que en el mode actiu.

		Junció Emissora	
		<i>Directa</i>	<i>Inversa</i>
Junció col·lectora	<i>Directa</i>	Saturació	Invers
	<i>Inversa</i>	Actiu	Tall

Taula 5.1 Modes de funcionament del transistor

### 5.1.2 Estructura física del transistor bipolar. Procés de fabricació

A la figura 5.4 es presenta l'estructura física del transistor bipolar que es fa servir en circuits integrats. Aquesta estructura respon a la necessitat de disposar el tres terminals del transistor a la superfície de l'oblia i de l'aïllament requerit entre els dispositius que formen el CI que comparteixen un substrat comú. Tal com es va assenyalar en el capítol 3, dedicat a la tecnologia dels semiconductors, aquest aïllament s'aconsegueix creant cada dispositiu dins d'un bloc amb dopatge de tipus contrari al del substrat i polaritzant inversament la junció creada. Amb aquesta polarització, la junció equival a un circuit obert i els corrents que circulen per l'interior del bloc encastat no poden accedir al substrat, i per tant no arriben als altres blocs. La comunicació d'aquests corrents interiors a cada bloc només es permet a través de pistes metàl·liques fetes a la superfície de l'oblia.

A la figura 5.4 es mostra l'estructura d'un transistor NPN. El dispositiu s'ha realitzat en un bloc N creat dins el substrat P. La junció PN entre el substrat i aquest bloc es polaritza inversament com es justificava al paràgraf anterior. Per altra part, s'accedeix a les regions d'emissor, base i col·lector des de la superfície. El corrent que circula entre emissor i col·lector ho fa verticalment, tal com es representa a l'esmentada figura. Per accedir a la part central de base es crea una regió P ampla amb la qual es fa contacte des de la superfície (terminal B). Cal notar que el corrent de base haurà de fer un camí llarg abans d'arribar a la part central de la base. Aquest camí introdueix una certa resistència que s'inclou en el circuit equivalent del transistor.

Quelcom similar passa amb el terminal de col·lector. El corrent que surt per aquest terminal ha de fer un camí molt llarg dins el silici, la qual cosa introdueix una resistència considerable. Per tal de disminuir la resistència d'aquest camí es crea una regió N<sup>+</sup> molt dopada que presenta una resistència petita. Aquesta regió s'anomena capa enterrada. El camí "vertical" que segueix el corrent del transistor, des de l'emissor fins a l'inici de la capa enterrada, permet que el comportament del dispositiu es pugui aproximar emprant un model unidimensional. Cal notar, però, que els terminals d'emissor i col·lector no són intercanviables, com podria pensar-se a partir d'una estructura merament unidimensional.

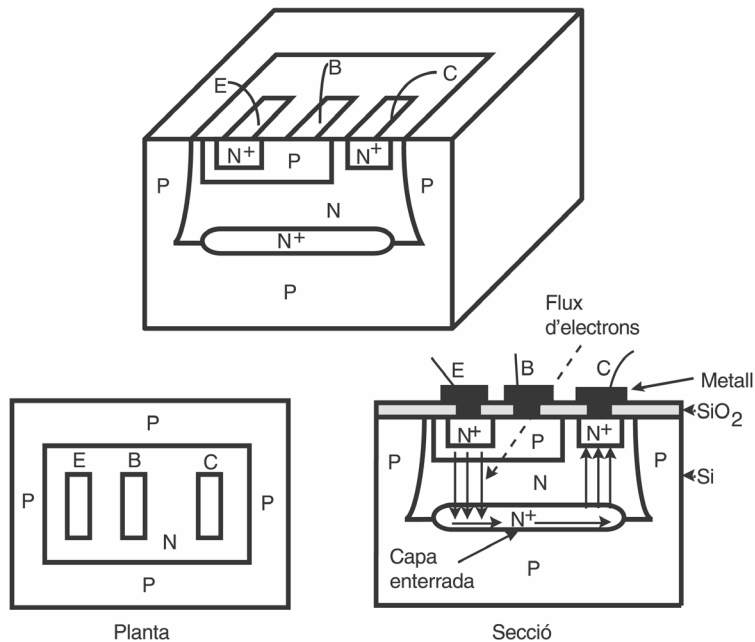


Figura 5.4 Estructura física d'un transistor bipolar NPN

La figura 5.5 representa el procés de fabricació d'un transistor bipolar NPN. A partir d'una oblea P es crea una capa molt dopada  $N^+$  en la superfície, la qual se convertirà al final en la capa enterrada. Para crear aquesta regió  $N^+$  s'utilitza una primera màscara. El pas següent consisteix a fer créixer una capa epitaxial d'uns 10 a 20 micròmetres de gruix en la superfície de tota l'obla. Aquesta capa es creix amb el dopatge N que tindrà el col·lector del transistor. Amb aquesta actuació la capa  $N^+$  feta a l'etapa anterior quedarà "enterrada" al fons de la capa epitaxial N. A continuació es procedeix a dividir aquesta capa en regions aïllades entre sí, dins cadascuna de les quals es farà un dispositiu. Per fer-ho es realitza una difusió P d'aïllament des de la superfície fent servir una segona màscara. La difusió es fa de manera que la nova regió P travessi completament la capa epitaxial i arribi al substrat P.

Després de construïdes les illes N es procedeix a fer els transistor bipolars pròpiament dits. La quarta etapa consisteix a fer la base mitjançant una difusió P, que emprava una tercera màscara. Després de tornar a oxidar tota l'obla s'obren noves finestres amb la màscara corresponent i es fan les difusions  $N^+$  de l'emissor i el col·lector. S'elimina l'òxid i, després de tornar a oxidar s'obren les finestres per permetre que el metall que es dipositarà a continuació faci contacte amb les regions d'emissor, base i col·lector del transistor. Finalment, s'elimina part del metall dipositat sobre tota l'obla de forma que només quedin les pistes que interconnecten els terminals entre si.

El procés que s'acaba de descriure requereix sis màscares. Mentre en unes illes es creen transistors bipolars, en altres es poden utilitzar els processos descrits per fer altres tipus de dispositius (resistències, díodes ...) i crear així un circuit integrat. Aquest procés tecnològic basat en la fabricació d'un transistor bipolar s'anomena *tecnologia bipolar*.

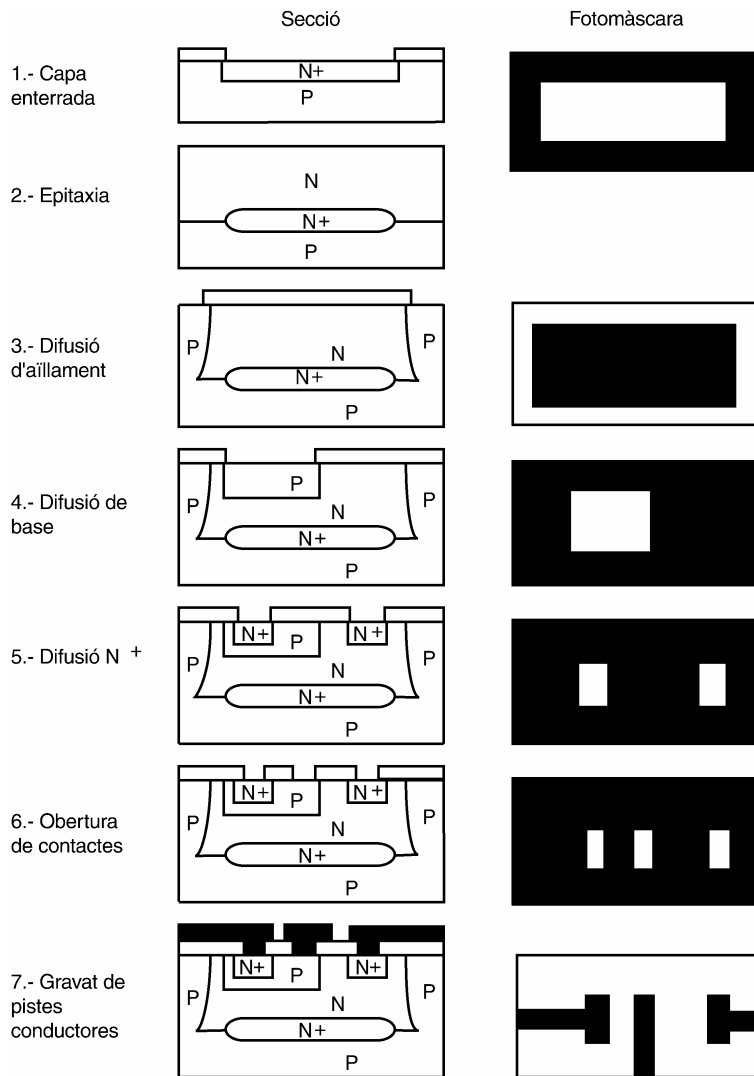
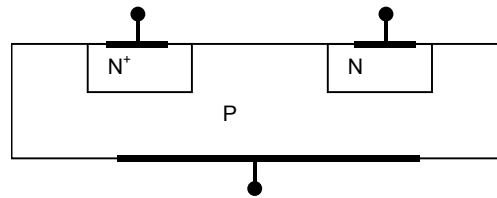


Figura 5.5 Tecnologia bipolar: procés de fabricació del transistor bipolar

### QÜESTIONARI 5.1

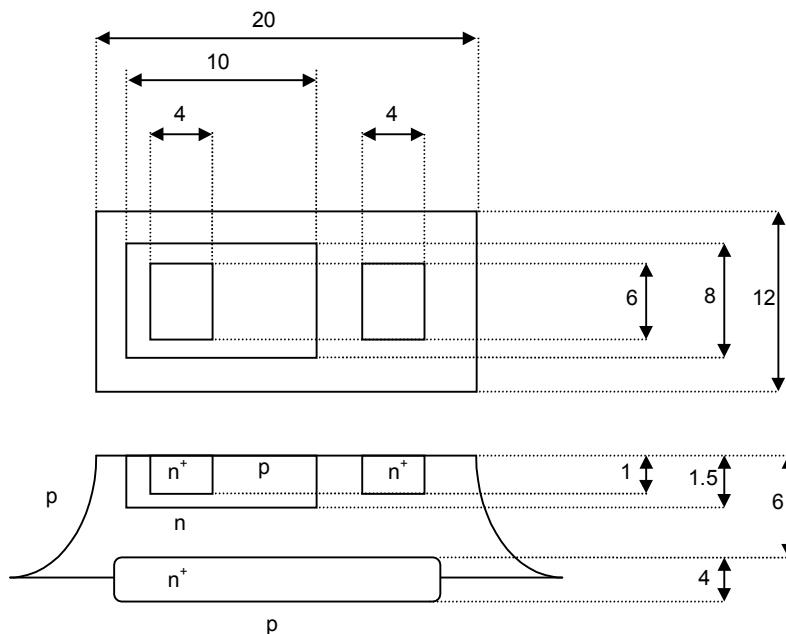
1. L'estructura representada en la figura següent pot correspondre a un transistor bipolar o a dos díodes amb els ànodes connectats entre ells.



Quina de les condicions següents s'ha de complir perquè es tracti d'un transistor?

- La separació entre les regions  $N^+$  i  $N$  és molt més petita que la longitud de difusió dels forats en la regió  $N^+$ .
- La separació entre les regions  $N^+$  i  $N$  és molt més petita que la longitud de difusió dels electrons en la regió  $P$ .
- La separació entre les regions  $N^+$  i  $N$  és molt més petita que la longitud de difusió dels forats en la regió  $N$ .
- La separació entre el contacte metàl·lic de la regió  $P$  i les regions de tipus  $N$  és molt més petita que la longitud de difusió dels electrons en la regió  $N^+$ .

2. La figura adjunta representa la planta d'un transistor bipolar integrat i una secció del mateix dispositiu. Les dimensions indicades s'expressen en micres (noteu que no es respecta cap escala).



Volem aproximar l'estructura del transistor de la figura per un model unidimensional. Determineu els gruixos  $d_E$ ,  $d_B$  i  $d_C$  de les regions d'emissor, de base i de col·lector respectivament i la secció del dispositiu,  $A$ .

- $d_E = 1 \mu\text{m}$ ,  $d_B = 1.5 \mu\text{m}$ ,  $d_C = 6 \mu\text{m}$ ,  $A = 24 \mu\text{m}^2$
- $d_E = 1 \mu\text{m}$ ,  $d_B = 1.5 \mu\text{m}$ ,  $d_C = 10 \mu\text{m}$ ,  $A = 240 \mu\text{m}^2$
- $d_E = 1 \mu\text{m}$ ,  $d_B = 0.5 \mu\text{m}$ ,  $d_C = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $A = 240 \mu\text{m}^2$
- $d_E = 1 \mu\text{m}$ ,  $d_B = 0.5 \mu\text{m}$ ,  $d_C = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $A = 24 \mu\text{m}^2$

**6**

# **Transistors d'efecte de camp**

## 6.1 ELECTROSTÀTICA DEL SISTEMA METALL-ÒXID-SEMICONDUCTOR

### 6.1.1 Fonaments del MOSFET

Considerem l'estructura representada a la figura 6.1. En un cristall de silici de tipus P, anomenat *substrat* (B, de *bulk*), s'han creat dues regions de tipus N, conegudes com a *regions de drenador* (D, de *drain*) i de *sortidor* o *font* (S, de *source*). La superfície del semiconductor compresa entre aquestes dues regions, anomenada *regió de canal*, està recoberta de material dielèctric, l'òxid de silici ( $\text{SiO}_2$ ). Damunt d'aquest material hi ha el metall o elèctrode de porta (G, de *gate*)

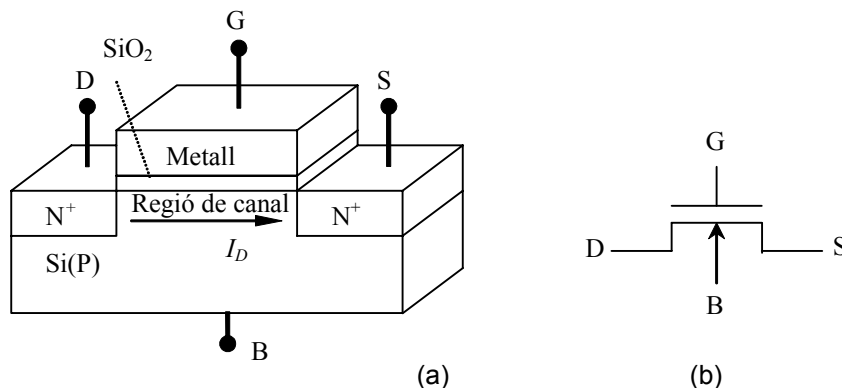


Figura 6.1 Transistor MOS de canal N: a) sstructura física, b) símbol circuital. Els símbols B, D, S i G designen indistintament les regions del dispositiu i els terminals respectius.

Apliquem ara una tensió  $V_{DS}$  entre els terminals de drenador i de sortidor, i examinem el corrent  $I_D$ , anomenat *corrent de drenador*, que pot circular entre ells per la regió de canal. El corrent de drenador ha de travessar dues junccions PN, la de regió de drenador amb el substrat i la de substrat amb la regió de sortidor. Aquests dos díodes estan en oposició l'un respecte de l'altre i, per tant, el pas de corrent està bloquejat. La situació canvia si s'aplica al terminal de porta una tensió de signe positiu en relació amb el substrat perquè aleshores els portadors minoritaris del silici, els electrons, són atrets cap al metall. Com que l'òxid impedeix que els electrons puguin passar al metall, queden acumulats a la regió superficial, que hem definit com a regió de canal. Si la concentració d'electrons és prou gran, aleshores les regions de drenador i de sortidor queden connectades per una capa superficial d'electrons, que anomenem canal, la qual permet el pas de corrent. El valor de la tensió de porta determina el nombre d'electrons presents en el canal i, d'aquesta manera, modula el valor de corrent de drenador. Les consideracions anteriors s'haurien pogut fer en un dispositiu construït en substrat de tipus N i regions de drenador i de font de tipus P. En aquest cas, la tensió que hauríem d'aplicar a la porta seria negativa en relació amb el substrat i parlariem de *transistor de canal P*, mentre que el de la figura 6.1 l'anomenarem de *canal N*.

L'estudi del dispositiu presentat comença per l'anàlisi del sistema metall (porta)-òxid (dielèctric)-semiconductor (substrat), per tal de determinar la relació entre la tensió de porta i la concentració de portadors en la regió de canal. Amb aquesta informació passarem a trobar la relació entre les tensions contínues aplicades als terminals i el corrent de drenador. Completarem l'estudi analitzant el comportament dinàmic d'aquests transistors.

### 6.1.2 El sistema metall-òxid-semiconductor en equilibri

L'anàlisi de la formació de la capa conductora en la regió de canal és més fàcil en una estructura formada únicament per les regions de porta, òxid i substrat (estructura MOS). Aquest sistema pot ser vist com un condensador, en el qual l'estudi de la càrrega acumulada a "l'armadura" constituïda pel silici permetrà entendre la formació del canal. El diagrama de bandes de l'estructura determina la distribució de càrrega. Considerarem, inicialment, silici de tipus P i un metall amb una funció treball més petita que la del semiconductor,  $q\Phi_m < q\Phi_s$ . Podem assignar al dielèctric un diagrama de bandes amb una banda prohibida molt gran. La figura 6.2a representa els diagrames de bandes dels tres materials separats, sense contacte. La figura 6.2b correspon al sistema format pels tres materials en contacte, suposant que hi ha equilibri tèrmic, és a dir, que el nivell de Fermi és constant. L'eix d'abscisses és perpendicular a la superfície del dispositiu.

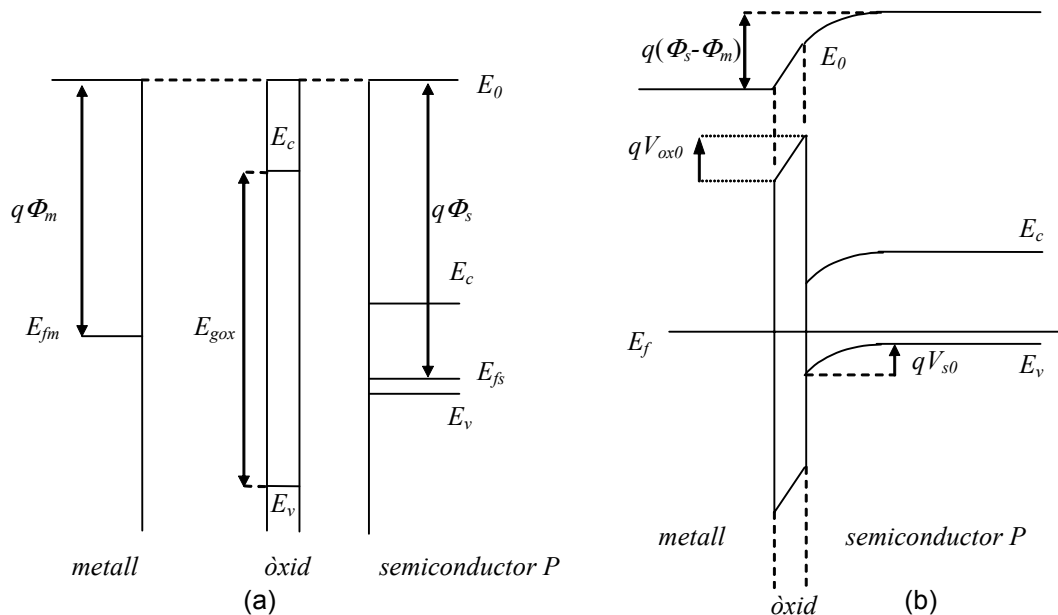


Figura 6.2 Bandes d'energia del sistema MOS en equilibri: a) diagrames de bandes dels materials separats, b) diagrama de bandes dels sistema.

El procediment per construir aquest diagrama és similar al que hem utilitzat en l'estudi dels contactes entre metall i semiconductor (vegeu l'apartat 2.7). La diferència de potencial entre els extrems de l'estructura val  $\Phi_s - \Phi_m$ , però, mentre que en aquell cas tota la caiguda de potencial té lloc en el semiconductor, aquí es reparteix entre una part en semiconductor,  $V_{s0}$ , i una part en l'òxid,  $V_{ox0}$ . El dielèctric es comporta com el d'un condensador i, atès que no hi ha càrrega localitzada al seu interior, la distribució de potencial a través d'aquesta capa és lineal. Així, doncs, escriurem:

$$\Phi_s - \Phi_m = V_{ox0} + V_{s0} \quad (6.1)$$

A la figura 6.2b, la curvatura de les bandes a la regió del semiconductor correspon a una zona buida de majoritaris, com la zona de càrrega d'espai de la regió P d'una junció PN (fig. 2.6) o d'un contacte metall-semiconductor (fig. 2.21c). La càrrega neta per unitat de secció,  $Q_{s0}$ , localitzada en aquesta regió es pot calcular aplicant les equacions de l'electrostàtica, de manera similar a les expressions 2.11 i 2.13. Tenint en compte que ara la diferència de tensió entre els extrems de la zona amb càrrega val  $V_s$ , en lloc de  $V_{bi} - V_D$ :

$$Q_{s0} = -qN_A w_{d0} = -qN_A \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \frac{1}{N_A} V_{s0}} = -\sqrt{2q\epsilon_s N_A V_{s0}} \quad (6.2)$$

on  $N_A$  és la concentració d'àtoms acceptors en el silici,  $\epsilon_s$  la seva constant dielèctrica (el subíndex és necessari per no confondre aquesta constant amb la de l'òxid) i  $w_{d0}$  l'amplada de la ZCE. La curvatura de les bandes representada a la figura 6.2 correspon a una càrrega negativa en el semiconductor. A la superfície del metall hi ha una càrrega igual en valor absolut a  $Q_{s0}$ , però de signe positiu. El metall queda, doncs, a un potencial positiu en relació amb el semiconductor. A l'equació 6.2 els termes  $V_{s0}$  i  $V_{ox0}$  tenen signe positiu.

D'altra banda, com en tot condensador, la caiguda de potencial en el dielèctric val:

$$V_{ox0} = \frac{-Q_{s0}}{C_{ox}} \quad (6.3)$$

on  $C_{ox}$  és la seva capacitat, de valor (per unitat d'àrea de la secció):

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \quad (6.4)$$

on  $\epsilon_{ox}$  és la constant dielèctrica de l'òxid,  $\epsilon_{ox} = \epsilon_{rox} \epsilon_o$ . La constant dielèctrica relativa de l'òxid de silici val 3.9.  $t_{ox}$  és el gruix de l'òxid i el seu valor acostuma a ser des de poques desenes de nanòmetres fins a algunes unitats, depenent de la tecnologia. Amb les equacions de la 6.1 a la 6.4 podem determinar els valors de  $V_{ox0}$ ,  $V_{s0}$  i  $Q_{s0}$  per a un valor donat de  $\Phi_s - \Phi_m$ .

El diagrama de la figura 6.2b representa un cas dels quatre possibles. Com en l'estudi dels contactes entre metall i semiconductor, els altres tres casos corresponen a un silici de tipus P amb  $\Phi_m > \Phi_s$ , a un de tipus N amb  $\Phi_m < \Phi_s$  i a un de tipus N amb  $\Phi_m > \Phi_s$ . En aquest darrer cas, el semiconductor també presenta, en equilibri, una zona buida de majoritaris. El procediment d'anàlisi anterior és paral·lel al que hem vist, com es mostra a l'exercici 6.1.

En els primers temps de la tecnologia MOS, l'elèctrode de porta era d'alumini, metall que s'utilitza habitualment en les connexions dels circuits integrats. Aquest material ha estat substituït posteriorment per silici policristal·lí (polisilici), per raons tecnològiques. Aquest material, molt dopat, presenta un comportament elèctric quasi metàl·lic. L'anàlisi de l'estructura no és gaire diferent de la que hem presentat. Només hem de substituir, a la figura 6.2a, el diagrama de bandes del metall pel del silici, amb el nivell de Fermi proper a la banda de conducció si es tracta de material N o a la banda de valència si és P. Quan passem a construir el diagrama de la figura 6.2b, el nivell de Fermi del polisilici no es desplaça perquè es tracta d'un material amb molts portadors. A l'exercici 6.2 posarem en pràctica aquestes idees.



**Exercici 6.1**

Construïu el diagrama de bandes d'una estructura metall-òxid-semiconductor en equilibri, on el metall és alumini, la funció treball del qual val 4.1 eV, la capa d'òxid de silici té un gruix de 250 Å i el semiconductor és silici de tipus P, amb una concentració d'àtoms acceptors de  $10^{16}$  per  $\text{cm}^3$ . L'afinitat electrònica del silici val 4.05 eV. Dades:  $\epsilon_{\text{ox}}=3.45 \times 10^{-13}$  F/cm,  $\epsilon_s=10^{-12}$  F/cm,  $k_B T/q = 0.025$  eV,  $n_i = 1.5 \times 10^{10}$   $\text{cm}^{-3}$ .

La funció treball del silici val:  $q\Phi_s \approx q\chi_s + E_g/2 + (E_{fi} - E_v) = q\chi_s + E_g/2 + (k_B T/q) \ln(N_A/n_i)$   
 $= 4.05 + 0.55 + 0.025 \ln(10^{16}/1.5 \times 10^{10}) = 4.935$  eV. D'aquí s'obté:  $q\Phi_s - q\Phi_m = 0.835$  eV.

D'altra banda:  $C_{\text{ox}} = \epsilon_{\text{ox}}/t_{\text{ox}} = 1.38 \times 10^{-7}$  F/cm<sup>2</sup>. Ara, substituint de 6.2 a 6.4 en 6.1 tenim:

$$\Phi_s - \Phi_m = \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A V_{s0}}}{C_{\text{ox}}} + V_{s0} \Rightarrow 0.835 \text{ V} = 0.41\sqrt{V_{s0}} + V_{s0} \Rightarrow V_{s0} = 0.53 \text{ V}, V_{\text{ox}0} = 0.30 \text{ V}$$

La forma de les bandes és similar a la de la figura 6.2b. A la superfície del silici, la separació entre la banda de conducció i el nivell de Fermi val  $(E_c - E_f)_{\text{superfície}} = (E_c - E_f)_{\text{interior}} - qV_{s0}$   
 $= q\Phi_s - q\chi_s - qV_{s0} = 4.935 - 4.05 - 0.53 = 0.355$  eV

**Exercici 6.2**

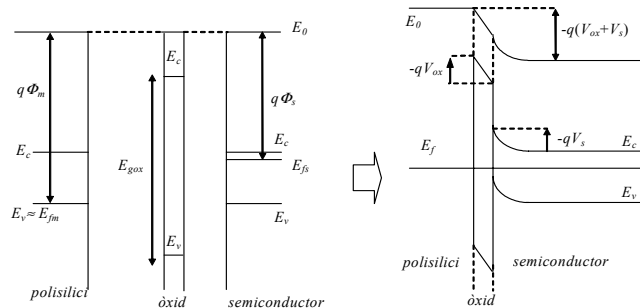
Repetiu l'exercici anterior amb silici de tipus N, amb  $N_D=10^{16}$   $\text{cm}^{-3}$  i amb polisilici P<sup>+</sup> com a elèctrode de porta.

La funció treball del material que constitueix l'elèctrode de porta, el polisilici, val:  $q\Phi_m = q\chi_s + E_g = 4.05 + 1.1 = 5.15$  eV, mentre que la del silici que constitueix el substrat és:  $q\Phi_s = q\chi_s + (E_c - E_f) \approx q\chi_s + E_g/2 - (E_f - E_{fi}) = q\chi_s + E_g/2 - (k_B T/q) \ln(N_D/n_i)$   
 $= 4.05 + 0.55 - 0.025 \ln(10^{16}/1.5 \times 10^{10}) = 4.26$  eV  $\Rightarrow \Phi_s - \Phi_m = -0.89$  V. La capacitat  $C_{\text{ox}}$  és la mateixa que en l'exercici anterior. Les quantitats  $V_s$  i  $V_{\text{ox}}$  ara són negatives, mentre que hem d'assignar a  $Q_s$  en 6.2 el signe positiu. La substitució de 6.2 a 6.4 en 6.1 dona:

$$\Phi_s - \Phi_m = \frac{-\sqrt{2q\epsilon_s N_D (-V_{s0})}}{C_{\text{ox}}} + V_{s0} \Rightarrow -0.89 \text{ V} = -0.41\sqrt{-V_{s0}} + V_{s0}$$

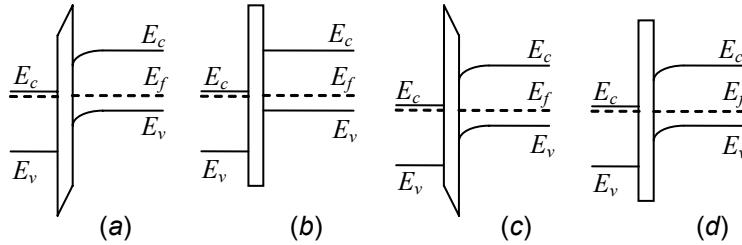
$$\Rightarrow V_{s0} = -0.58 \text{ V}, V_{\text{ox}0} = -0.34 \text{ V}$$

La construcció del diagrama de bandes es representa a la figura següent.



### QÜESTIONARI 6.1.a

1. Construïu el diagrama de bandes en equilibri d'una estructura polisilici  $N^+$ -òxid-silici P. El dopatge del substrat val  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$  i el del polisilici és prou gran per poder considerar que  $E_{fm} \approx E_c$ . Quina resposta és correcta?



2. Determineu la posició del nivell de Fermi a la superfície del silici del sistema de la qüestió anterior. Quin és el valor de  $E_f - E_{fi}$ ?

- a) 0.68 eV    b) 0.345 V    c) 0.335 V    d) -0.335 V

3. A partir del resultat anterior, calculeu les concentracions, en  $\text{cm}^{-3}$ , dels dos tipus de portadors a la superfície.

- a)  $p_s = 1.53 \times 10^4$ ,  $n_s = 1.46 \times 10^{16}$     b)  $p_s = 1.5 \times 10^{10}$ ,  $n_s = 1.5 \times 10^{10}$   
 c)  $p_s = 10^{16}$ ,  $n_s = 2.25 \times 10^4$     d)  $p_s = 1.46 \times 10^{16}$ ,  $n_s = 1.53 \times 10^4$

4. Determineu el valor del camp elèctric en l'òxid,  $E_{ox}$ , i a la superfície del semiconductor,  $E_s$ , en un sistema MOS en equilibri format per polisilici de tipus N, substrat de tipus P amb un dopatge  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  i un gruix d'òxid de 15 nm.

- a)  $E_{ox} = 4.72 \times 10^4 \text{ V/cm}$ ,  $E_s = 1.35 \times 10^5 \text{ V/cm}$     b)  $E_{ox} = 4.55 \times 10^5 \text{ V/cm}$ ,  $E_s = 1.58 \times 10^4 \text{ V/cm}$   
 c)  $E_{ox} = 1.35 \times 10^4 \text{ V/cm}$ ,  $E_s = 4.72 \times 10^5 \text{ V/cm}$     d)  $E_{ox} = 1.58 \times 10^5 \text{ V/cm}$ ,  $E_s = 4.55 \times 10^4 \text{ V/cm}$

5. Quina de les afirmacions següents és falsa?

- a)  $\Phi_m - \Phi_s < 0$  en una estructura polisilici  $N^+$  - òxid - silici P  
 b)  $\Phi_m - \Phi_s < 0$  en una estructura alumini - òxid - silici N  
 c)  $\Phi_m - \Phi_s > 0$  en una estructura alumini - òxid - silici P  
 d)  $\Phi_m - \Phi_s > 0$  en una estructura polisilici  $P^+$  - òxid - silici N

6. En un circuit integrat, una pista d'alumini està aïllada del substrat de silici per una capa d'òxid que fa una micra de gruix. Examineu si aquesta disposició altera de manera significativa les concentracions de portadors a la superfície del semiconductor, suposant que el dopatge d'aquest és de  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$  i que no hi ha cap tensió aplicada.

- a)  $V_s > 0.5 \text{ V} \Rightarrow$  es produeix inversió de superfície.  
 b)  $V_s \approx 0.5 \text{ V} \Rightarrow$  no hi ha inversió profunda, però la presència de la pista afecta de manera significativa les concentracions de portadors a la superfície.  
 c)  $V_s < 0.01 \text{ V} \Rightarrow$  no hi ha cap efecte apreciable.  
 d) La pregunta no es pot respondre amb les dades que tenim.

# Apèndix

## APÈNDIX A. RESOLUCIÓ D'EQUACIONS DIFERENCIALS

### A.1 Introducció

L'estudi dels dispositius electrònics requereix resoldre algunes equacions diferencials molt simples: l'equació de continuïtat en el domini temporal:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = g - \frac{p - p_o}{\tau_p} \quad (\text{A.1})$$

en el domini espacial:

$$D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p \frac{\partial(pE_{el})}{\partial x} - \frac{p - p_o}{\tau_p} + g = 0 \quad (\text{A.2})$$

i el model de control de càrrega del dispositiu:

$$i(t) = \frac{Q_s}{\tau_t} + \frac{\partial Q_s}{\partial t} \quad (\text{A.3})$$

Totes aquestes equacions diferencials són lineals i de coeficients constants (en l'equació 2 només considerarem el cas en què  $E_{el}$  sigui constant), la resolució de les quals l'estudiant ha dut a terme en altres matèries cursades prèviament. L'experiència demostra, però, que alguns estudiants tenen una mica oblidats aquests coneixements, la qual cosa els provoca un cert temor a enfrontar-se a aquestes equacions. Per ajudar a resoldre aquest problema oferim aquest resum, en tall quasi de "recepta".

### A.2 Resolució d'equacions diferencials lineals de coeficients constants

Considerem la següent equació diferencial:

$$\frac{\partial^n y}{\partial x^n} + a_1 \frac{\partial^{n-1} y}{\partial x^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{\partial y}{\partial x} + a_n y - b(x) = 0 \quad (\text{A.4})$$

en la que  $a_i$  són constants. El procediment per resoldre aquesta equació consisteix a seguir les següents etapes:

**1. Escriure l'equació diferencial de forma estàndard:** els termes que contenen la incògnita i les seves derivades en el primer membre de la igualtat. La resta de termes en el segon membre:

$$\frac{\partial^n y}{\partial x^n} + a_1 \frac{\partial^{n-1} y}{\partial x^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{\partial y}{\partial x} + a_n y = b(x) \quad (\text{A.5})$$

**2. Trobar la solució general de l'equació homogènia.** L'equació homogènia és la constituïda pel primer membre de 5 igualat a zero:

$$\frac{\partial^n y}{\partial x^n} + a_1 \frac{\partial^{n-1} y}{\partial x^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{\partial y}{\partial x} + a_n y = 0 \quad (\text{A.6})$$

Per resoldre aquesta equació s'assaja una solució del tipus  $y = e^{\lambda x}$ , i es determina el paràmetre  $\lambda$  perquè sigui solució. Si substituïm aquesta expressió i les seves derivades a 6 resulta:

$$e^{\lambda x} [\lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n] = 0 \quad (\text{A.7})$$

El polinomi de  $\lambda$  contingut dins el parèntesi s'anomena *equació característica* de l'equació diferencial. Perquè  $e^{\lambda x}$  sigui solució cal que es compleixi l'última equació. Aquesta equació es compleix si  $e^{\lambda x}$  és nul·la o si el parèntesi és nul. La primera alternativa no és adequada, atès que només implica la solució trivial  $y = 0$ . Contràriament, anul·lar el parèntesi porta a una solució no nul·la per a  $y$ . Si  $\lambda_0$  és una solució de l'equació característica,  $y = \exp(\lambda_0 x)$  és una solució de l'equació diferencial.

La solució general de l'equació diferencial ve donada per qualsevol combinació lineal de  $n$  solucions linealment independents de l'equació homogènia. Es donen dues situacions:

a) Les  $n$  arrels de l'equació característica són diferents.

En aquest cas, si les arrels són  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , la solució general de l'equació homogènia és:

$$y_h = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x} + \dots + c_n e^{\lambda_n x} \quad (\text{A.8})$$

on  $c_i$  són constants arbitràries. Aquesta afirmació és immediata de comprovar substituint 8 en l'equació homogènia 6.

b) Si les arrels de l'equació característica tenen graus de multiplicitat majors que la unitat.

Si l'arrel  $\lambda_i$  té un grau de multiplicitat  $m_p$ , aquesta arrel proporciona les  $m_p$  solucions linealment independents següents:

$$e^{\lambda_i x}, x e^{\lambda_i x}, \dots, x^{m_p-1} e^{\lambda_i x} \quad (\text{A.9})$$

La solució general de l'equació diferencial serà qualsevol combinació lineal de les  $n$  solucions linealment independents, obtingudes amb les solucions de l'equació característica.

n constants  $c_i$  incloses en la solució 13, de forma que es compleixin les condicions de contorn. Aquestes condicions són els valors que pren la funció i/o les seves derivades a l'inici i/o al final de la regió en la qual resollem l'equació diferencial i que coneixem per consideracions físiques, alienes a l'equació diferencial. Amb n condicions de contorn s'originen n equacions que ens permeten determinar les n constants  $c_i$ .

### A.3 Exemple

Aplicarem el procediment descrit a l'apartat anterior per resoldre l'equació 2 en una regió del semiconductor en la qual  $E_{el}$  i  $g$  són nul·les i  $p_o$  és constant. Aquesta equació s'anomena equació de difusió. Per raonaments de la física del dispositiu se sap que  $p(0) = p_o + p_a$  i que  $p(d) = p_o$ . Seguint els passos detallats a l'apartat anterior tenim:

1.- L'equació a resoldre és:

$$D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p}{\tau_p} = -\frac{p_o}{\tau_p} \quad (\text{A.14})$$

2.- L'equació homogènia serà:

$$D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p}{\tau_p} = 0 \quad (\text{A.15})$$

L'equació característica de l'homogènia:

$$D_p \lambda^2 - \frac{1}{\tau_p} = 0 \quad (\text{A.16})$$

tindrà les arrels:

$$\lambda_1 = \frac{1}{L_p} \quad \lambda_2 = -\frac{1}{L_p} \quad \text{amb} \quad L_p = \sqrt{D_p \tau_p} \quad (\text{A.17})$$

Per tant, la solució general de l'equació homogènia serà:

$$p_h = c_1 e^{x/L_p} + c_2 e^{-x/L_p} \quad (\text{A.18})$$

Per compactar la formulació de la solució final, l'expressió 18 s'acostuma a escriure-la d'una forma equivalent en termes de les funcions hiperbòliques  $\sinh$  i  $\cosh$  (cal recordar que  $\sinh(z) = (e^z - e^{-z})/2$  i que  $\cosh(z) = (e^z + e^{-z})/2$ ):

$$p_h = c_1^* \cosh\left[\frac{x}{L_p}\right] + c_2^* \sinh\left[\frac{x}{L_p}\right] \quad (\text{A.19})$$

3.- Una solució particular de l'equació diferencial completa s'obté assajant un polinomi de grau zero, és a dir,  $y_p = A_o$ . Substituint aquesta solució a l'equació 14:

$$-\frac{A_o}{\tau_p} = -\frac{p_o}{\tau_p} \quad \Rightarrow \quad A_o = p_o \quad (\text{A.20})$$

## APÈNDIX B. CONSTANTS, UNITATS I PARÀMETRES

Magnitud	Símbol	Valor
Nombre d'Avogadro	$N_{Av}$	$6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constant de Boltzmann	$k_B$	$1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
	$k_B$	$8.62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$
Càrrega de l'electró	$q$	$1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
ElectróVolt	$\text{eV}$	$1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Massa electró en repós	$m_0$	$0.911 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$
Permeabilitat en el buit	$\mu_0$	$1.262 \cdot 10^{-8} \text{ H/cm}$ ( $4\pi \cdot 10^{-9}$ )
Constant dielèctrica del buit	$\epsilon_0$	$8.854 \cdot 10^{-14} \text{ F/cm}$
Constant de Plank	$h$	$6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Velocitat de la llum	$c$	$2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Tensió tèrmica a 300K	$V_t(300\text{K}) = k_B T/q$	0.02586 V
	$k_B T$ (300K)	0.02586 eV
1 Àngstrom	1 Å	$1 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$
1 micròmetre	1 $\mu\text{m}$	$1 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$
1 polzada (inch)	1 in ó 1"	2.54 cm

Magnitud	Si	Ge	GaAs	AlAs	GaP	InP	InGaAs
$E_g$ (eV)	1.11	0.67	1.424	2.16	2.26	1.35	0.75
Tipus de gap	ind.	ind.	dir.	ind.	ind.	dir.	dir.
Afinitat $q\chi$ (eV)	4.05	4.13	4.07		4.3	4.4	4.6
Constant de xarxa $a$ (Å)	5.43	5.66	5.65	5.66	5.45	5.87	5.87
Densitat ( $\text{g/cm}^3$ )	2.33	5.32	5.31	3.60	4.13	4.79	
Temp. fusió ( $^\circ\text{C}$ )	1415	936	1238	1740	1467	1070	
$\epsilon_r$	11.8	16	13.2	10.9	11.1	12.4	13.5
$m_n/m_0$	1.18	0.55	0.063			0.08	0.045
$m_p/m_0$	0.81	0.3	0.53			0.869	0.535
$N_c$ ( $10^{18} \text{ cm}^{-3}$ )	$3.22 \cdot 10^{19}$	$1.04 \cdot 10^{19}$	$4.7 \cdot 10^{17}$			$5.68 \cdot 10^{17}$	$2.8 \cdot 10^7$
$N_v$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$1.83 \cdot 10^{19}$	$6.0 \cdot 10^{18}$	$7 \cdot 10^{18}$			$6.35 \cdot 10^{19}$	$6 \cdot 10^{18}$
$n_i$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$1.02 \cdot 10^{10}$	$2.33 \cdot 10^{13}$	$2.1 \cdot 10^6$			$1.0 \cdot 10^7$	$6.5 \cdot 10^{11}$
$\mu_n$ ( $\text{cm}^2/\text{Vs}$ )	1450	3900	8500	180	300	4600	13800
$\mu_p$ ( $\text{cm}^2/\text{Vs}$ )	500	1900	500		150	150	100
Cond. tèrm. ( $\text{W/cm}\cdot^\circ\text{C}$ )	1.31	0.6	0.54	0.8	0.97	0.68	0.26

\* El semiconductor compost  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  té els paràmetres en funció de  $x$

$$E_g = 1.424 + 1.247x \quad (\text{gap indirecte fins a } x = 0.4) \quad q\chi = 4.07 - 1.1x \quad \epsilon_r = 13.1 - 3.12x$$

\* En el semiconductor compost  $\text{GaAs}_{1-x}\text{P}_x$  el gap varia linealment entre  $x=0$  (GaAs,  $E_g = 1.424 \text{ eV}$ ) i  $x=0.45$  ( $E_g = 2 \text{ eV}$ ). En aquest interval el gap és de tipus directe.

\* Les dades del semiconductor compost  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  corresponen a un valor de  $x = 0.53$ .

## APÈNDIX C. El qüestionari interactiu DELFOS\*

El qüestionari interactiu DELFOS és un programa informàtic que conté els enunciats i les solucions dels qüestionaris i dels problemes guiats continguts en aquest llibre. Està concebut com una eina d'auto-aprenentatge que permet practicar de forma fàcil i còmoda els conceptes bàsics de dispositius electrònics i fòtons exposats en aquest text.

DELFOS té definides tres formes de treball: el mode estudi, el mode avaluació i el mode de resolució dels problemes guiats. L'usuari ha de triar-ne un (vegeu figura apèndix C-1), seleccionant-lo en la pàgina inicial.

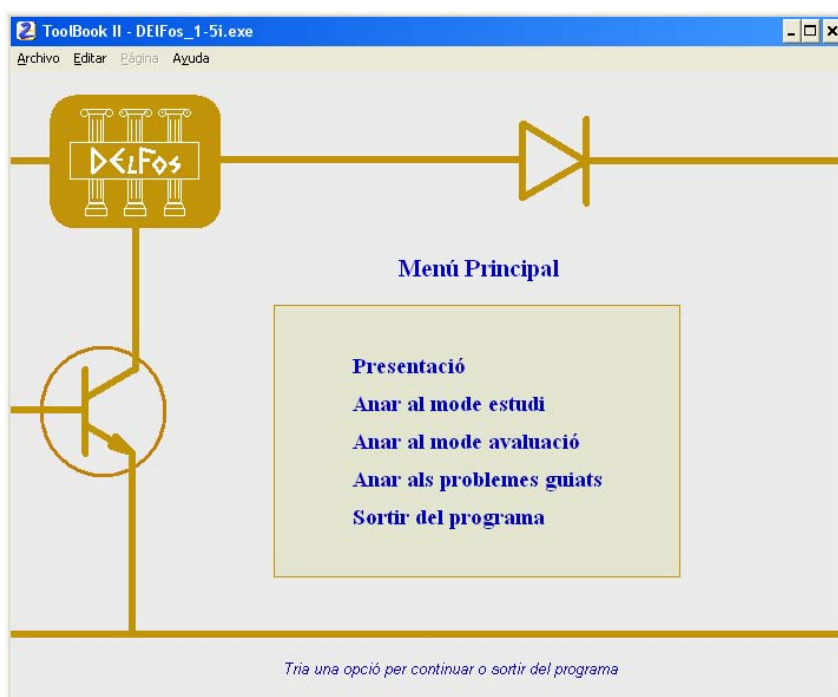


Fig. Apèndix C-1. Modes de treball de DELFOS

\* Els autors de DELFOS són els professors del Departament d'Enginyeria Electrònica de la UPC: Lluís Prat Viñas, Josep Calderer Cardona, Vicente Jiménez Serres y Joan Pons Nin



Suposem que s'ha triat el mode estudi. En activar-lo, apareix la pantalla de selecció de qüestionari, que es mostra a la figura apèndix C-2. Cal seleccionar un capítol concret i posteriorment el qüestionari que es vol treballar. Una vegada realitzada la selecció s'ha de prémer el botó de navegació de la part superior dreta que conté una fletxa apuntant cap a la dreta.

Apareix, aleshores, una pantalla amb la primera pregunta del qüestionari seleccionat. L'usuari pot navegar per les diverses qüestions amb l'ajut dels dos botons de l'esquerra del quadre de navegació. A cada qüestió (vegeu figura apèndix C-3), es presenta l'enunciat i quatre respostes possibles, de les quals només una és correcta. L'usuari ha de marcar la resposta que considera correcta i després ha de corregir-la, polsant el segon botó de la part superior dreta (en color clar en la figura), la qual cosa habilita la consulta de la solució correcta (botó inferior dreta).

En el mode d'avaluació, el programa genera un examen de preguntes triades dels qüestionaris. L'usuari pot elegir entre un examen d'un capítol o un examen global de tot el text. Per a cada qüestió de l'examen s'ofereixen quatre respostes possibles (de las quals, només una és correcta), més la possibilitat de no contestar. L'usuari pot navegar entre les qüestions del examen i accedir, en tot moment, a un full resum de las respostes realitzades (vegeu figura apèndix C-4), però no pot consultar les solucions fins després d'haver corregit l'examen. Quan l'usuari el dona per acabat, activa la seva correcció prement el botó de navegació de l'extrem superior dret del full resum. Aleshores apareix en el full resum els resultats de l'examen realitzat: les respostes correctes i les incorrectes, el temps dedicat a realitzar l'examen, i la nota obtinguda (que es calcula restant un terç de punt per cada resposta incorrecta). L'usuari té l'opció de obtenir una copia impresa d'aquesta pàgina resum (que s'anomena *certificat de nota*) escrivint el seu nom i cognoms i polsant la tecla OK en el mateix quadre.

En el mode de resolució dels problemes guiats, l'usuari ha de començar seleccionant-ne un. El programa presenta l'enunciat del problema amb diversos apartats, generalment encadenats entre sí, juntament amb uns botons de navegació que permeten seleccionar la "pista" o la "solució" de cada apartat (vegeu figura apèndix C-5). La "pista" és un ajut indicatiu del procediment a seguir per resoldre l'apartat corresponent.

La base de dades que conté les qüestions disposa d'un procediment per canviar de forma aleatòria l'ordre de les respostes que apareixen en la pantalla, i també, quan és adient, els valors numèrics de les dades de la qüestió. Cada vegada que se selecciona un qüestionari o un examen es realitza de forma automàtica aquesta inicialització aleatòria de dades numèriques i de l'ordre de les respostes. En conseqüència, las qüestions que es presenten a l'usuari, així com els exàmens que les contenen, són diferents cada vegada que es genera un qüestionari o un examen.

Es pot obtenir el programa interactiu DELFOS per Internet seguint les instruccions de la pàgina web: [www.edicionsupc.es/poli131](http://www.edicionsupc.es/poli131).